2019年度「統計」期末試験問題

付表2から付表6を参照し，正しい答えを選択しなさい．選択肢を選ぶ問題の場合には適切な選択肢の番号をマークし，数値を答える問題の場合には1桁ごとに数値をマークすること．

※問題内の，〔1〕，〔2〕……は，解答番号を表している．ただし，**解答番号【7】【68】は正負の符号を表すものとし，解答が正（+）である場合は「9」に，負（−）である場合は「0」にマークせよ．**

※解答が小数点以下の位において0となる部分には0をマークすること．

（例）解答が23.28の場合で，〔1〕〔2〕．〔3〕〔4〕〔5〕に解答する場合には，

〔1〕2
〔2〕3
〔3〕2
〔4〕8
〔5〕0

をマークする．

※問題文中に指示されている場合および解答欄（解答番号）が特定の桁までで区切られている場合を除き，数値は計算過程においても小数点以下4位を四捨五入し，小数点以下3位までを利用すること（最終的な解答も小数点以下第3位までを解答する）．

※標準正規分布を用いる際に分布表から直接導出できない場合は，最も近い2つの値の中点とする．

【学生ID欄】左詰めで記入

2016年度以前生（学生ID8桁）**は，必ずマーク部分の下2桁の「＊」にマークすること．**

Ⅰ．ある大学において，12名（A君〜L君）についての成績（「ミクロ経済学概説」の点数とGPA）の調査を行った．その結果は表1の通りであり，その記述統計量は表2のようになった．また，このうちのG君の個人成績は表3の通りである．なお，「ミクロ経済学概説」の点数は100点満点の試験の点数，GPAはA，B，C，D，Fの5段階評価（それぞれの評点は4点〜0点）の加重平均で，4点満点である．

表1　12名（A君〜L君）の「ミクロ経済学概説」の点数（ミクロ）とGPA

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
ミクロ	74	48	66	89	25	67	84	74	82	92	68	83
GPA	2.8	1.4	1.8	2.8	0.6	1.3	〔1〕．〔2〕	2.4	3.6	3.2	1.6	2.8

表2　「ミクロ経済学概説」の点数（ミクロ）とGPAの記述統計量

	平均	分散	標準偏差	共分散
ミクロ	71	355.636	18.858	14.791
GPA	〔3〕．〔4〕〔5〕〔6〕	0.803	0.896	

表 3　G 君の成績表

科目	成績	評点	単位
基礎ゼミナール	A	4	2
ミクロ経済学概説	B	3	4
マクロ経済学概説	C	2	4
経済統計学	B	3	2
経済史入門	C	2	2
英語 A	A	4	2
英語 B	B	3	2
中国語 I	D	1	1
中国語 II	D	1	1
総単位数			20

（1）表 3 を用いて，G 君の GPA を求めよ．（解答番号〔1〕.〔2〕）

（2）GPA の平均を求めよ．（解答番号〔3〕.〔4〕〔5〕〔6〕）

（3）「ミクロ経済学概説」の点数と GPA の相関係数は【7】〔8〕.〔9〕〔10〕〔11〕である．（表中にある数値を用いて導出せよ.）

（4）GAP の最頻値は〔12〕.〔13〕，範囲（レンジ）は〔14〕.〔15〕である．

（5）L 君の「ミクロ経済学概説」の点数を標準化すると〔16〕.〔17〕〔18〕〔19〕であるから，偏差値は〔20〕〔21〕.〔22〕〔23〕〔24〕となる．（表中にある数値を用いて導出せよ.）

II．以下の（1）（2）について，適切な確率・値を求めよ．

（1）ある企業が新たにキャッシュレス決済を導入し，そのスタートキャンペーンとして，100 回に 1 回の割合でそのキャッシュレス決済での利用額全額を返金するという還元サービスを行うことにした．ただし，この全額返金が当たるのは完全にランダムになっている．

そこである人が，試しに 20 回続けて 1200 円の買い物をし，このキャッシュレス決済を利用した．このとき，少なくとも 1 回は全額返金のサービスに当たる確率は〔25〕〔26〕.〔27〕％であり，このときの平均還元額は〔28〕〔29〕〔30〕円である．

（2）ある鉄道路線では，事故または故障等の理由で，平均して 10 日に 1 回の頻度で列車の遅延が発生すると言われている．この鉄道路線において，ある 30 日間で 5 回以上の列車の遅延が発生する確率は〔31〕.〔32〕〔33〕〔34〕である．（この問題は百分率（％）で答えるのではない）

（裏面に続く）

Ⅲ. 以下の（１）（２）に示された用語〔35〕～〔41〕の説明として最も適切なものを指定された選択肢から１つ選び，その番号をマークせよ（〔35〕～〔41〕は解答番号）.

（１）〔35〕（確率の）加法定理　　〔36〕（確率の）乗法定理
〔37〕中心極限定理　　〔38〕チェビシェフの不等式
〔39〕大数の法則

〔35〕～〔39〕の選択肢

①2 つの事象 A，B について，事象 A が生じたもとで事象 B が生じる確率は $\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ で表される.

②2 つの事象 A，B について，これら 2 つの事象の積事象が起こる確率は $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$ で表される.

③2 つの事象 A，B について，これら 2 つの事象の積事象が起こる確率は $P(A\cap B)=P(B\mid A)P(A)$ もしくは $P(A\cap B)=P(A\mid B)P(B)$ で表される.

④2 つの事象 A，B について，それらに共通部分がないとき，2 つの事象のどちらかが生じる確率は事象 A が生じる確率と事象 B が生じる確率とを足せばよい（確率は足すことができる).

⑤2 つの事象 A，B について，これら 2 つの事象の和事象が起こる確率は $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ で表される.

⑥無限母集団（平均＝μ，分散＝σ^2）からの無作為抽出によって取り出された n 個の無作為標本（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）から導出される標本平均（$\bar{X}$）は，n の極限（$n\to\infty$）において真の平均（母集団平均：母平均）μ に一致する（母集団平均（母平均）から外れる確率が 0 となる).

⑦無限母集団（平均＝μ，分散＝σ^2）からの無作為抽出によって取り出された n 個の無作為標本（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）から導出される標本平均（$\bar{X}$）の期待値は μ となる.

⑧無限母集団（平均＝μ，分散＝σ^2）からの無作為抽出によって取り出された n 個の無作為標本（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）から導出される標本平均（$\bar{X}$）は，n が大のとき正規分布に近似できる.（標本平均（$\bar{X}$）を標準化した確率変数 Z は標準正規分布に近似できる.）

⑨平均が μ，分散が σ^2 の確率変数における $k\sigma$ 区間に入らない確率（標準化された確率変数 Z の絶対値が k 以上となる確率）は，$\frac{1}{k^2}$ 以下となる（k は正の実数).

（２）〔40〕一致推定量　　〔41〕最良（不偏）推定量

〔40〕〔41〕の選択肢

①一致推定量のうち，最も分散が小さな推定量
②不偏推定量のうち，最も標準偏差が大きな推定量
③不偏推定量の中で，最も分散が小さい推定量
④n の極限（$n\to\infty$）において真のパラメータ（母数）の値に収束する推定量
⑤期待値が真のパラメータ（母数）の値となる推定量

Ⅳ. 以下の文章について，〔42〕〔43〕についてはそれぞれ指定された選択肢から最も適切な式を選び，その番号をマークせよ．また，ロック音楽を題材にした映画が成功する確率を求めよ．

映画産業では，ロック音楽を題材にした映画が成功する確率は低いと言われている．映画が成功する事象を A とし，確率を 0.2 とする．したがって，映画が成功しない事象は A^C である．また，映画がロック音楽を題材にしている事象を B とする．さらに，成功した映画のうちロックを題材にした割合は 0.01 であり，成功していない映画のうちロックを題材にした映画の割合は 0.15 であった．
ここで，ロック音楽を題材にした映画が成功する確率を表す条件付き確率は〔42〕であり，一般に事象 A と事象 B が生じる場合について $P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$ が成立することから，乗法定理を用いてベイズの定理（公式）〔43〕が得られる．
以上より，ロック音楽を題材にした映画が成功する確率は〔44〕.〔45〕〔46〕〔47〕である．
（この問題は，百分率（%）で答えるのではない）

〔42〕の選択肢

① $P(A|B)=\dfrac{P(A\cup B)}{P(A)}$　② $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$　③ $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A^C)}$

④ $P(A|B)=\dfrac{P(A\cup B)}{P(A^C)}$　⑤ $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$　⑥ $P(A|B)=\dfrac{P(A\cup B)}{P(B)}$

〔43〕の選択肢

① $P(A|B)=\dfrac{P(A|B)P(A)}{P(B|A)P(A^C)+P(B|A^C)P(A)}$　② $P(A|B)=\dfrac{P(A|B)P(A)}{P(B|A)P(B)+P(B|A)P(A)}$

③ $P(A|B)=\dfrac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^C)P(A^C)}$　④ $P(A|B)=\dfrac{P(B|A)P(B)}{P(B|A)P(A)+P(A^C|B)P(A^C)}$

⑤ $P(A|B)=\dfrac{P(A|B)P(B)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^C)P(B^C)}$

（2 枚目に続く）

V．世界ランキング１位の女子プロテニス選手であるＯ選手のサーブのスピードを無作為に 16 回調べたところ，標本平均が 170km/h，標本標準偏差が 60 km/h という結果であった．O 選手のサーブのスピードが正規分布に従っているとして，以下の各設問の解答番号を埋めよ．

ただし，（５）の問題文に含まれる情報は（１）～（４）の解答に用いてはならない．

また，（４）において分布表から直接数値が導出できない場合には，**最も近い２つの値の中点とする**．

（１）母平均（母集団平均：μ）について信頼係数 99%で区間推定を行うと，信頼区間は，

〔48〕〔49〕〔50〕.〔51〕〔52〕〔53〕以上，〔54〕〔55〕〔56〕.〔57〕〔58〕〔59〕以下

となる．

（２）母分散（母集団分散：σ^2）について信頼係数 90%で区間推定を行うと，信頼区間の**整数部分**は，

〔60〕〔61〕〔62〕〔63〕以上，〔64〕〔65〕〔66〕〔67〕以下となる

（この問題では，計算途中は小数点以下第４位を四捨五入して小数点以下第３位までを利用し，最終的な解答では小数点以下第１位を四捨五入して整数値のみを解答すること）．

（３）O 選手は男子プロテニス選手 N 選手並みの弾丸サーブを打つといわれているが，この問題文にあるとおりの調査結果のもとで「O 選手のサーブの平均速度が N 選手のサーブの平均速度である 185km/h より遅いといえるか」について有意水準 5%で検定を行うとする．このとき，（標準化された）検定統計量は【68】〔69〕.〔70〕〔71〕〔72〕であるから帰無仮説は〔73〕される．したがって，O 選手のサーブの平均速度は N 選手のサーブの平均速度（185km/h）よりも〔74〕.

※【68】は符号（正（＋）の場合「9」，負（－）の場合「0」）

※帰無仮説が「採択」されるとは，帰無仮説が「棄却されない」ということである．

〔73〕の選択肢

①棄却　　　②採択

〔74〕の選択肢

①遅いと言える　　　②遅いとは言えない

（４）この問題文にあるとおりの調査結果のもとで，母集団の標準偏差が 50km/h であるとわかっている場合，母平均（母集団平均：μ）について信頼係数 99%で区間推定を行うと，信頼区間は，

〔75〕〔76〕〔77〕.〔78〕〔79〕〔80〕以上，〔81〕〔82〕〔83〕.〔84〕〔85〕〔86〕以下

となる．

（この問題では計算途中で四捨五入をせず，最終的な解答で小数点以下第４位を四捨五入すること）．

（５）そもそもＯ選手のサーブ速度が平均 180km/h，分散 2500 の正規分布に従うということがわかっている場合，その速度が 170km/h 以上 185km/h 以下となる確率は，〔87〕〔88〕.〔89〕〔90〕〔91〕％である．**（この問題では計算途中で四捨五入をしないこと）**

VI. 40 歳以上の男女を対象に，「運動不足と感じているか」と「課税前個人年収」を調査した．運動不足であると感じているか否かでグループを分けると，課税前個人年収に関して次表のような結果となった．

運動不足感の有無	標本数	課税前個人年収の標本平均	その標本標準偏差
運動不足と感じていない	144	380	120
運動不足と感じている	400	360	160

これら 2 つのグループの母集団標準偏差が異なるとして，「運動不足と感じていないグループ」と「運動不足と感じているグループ」の間で，課税前個人年収の平均が等しいと言えるかについて検定を行うことにする．両グループの標本数が多いことから正規分布を用いた検定を行う．

（1）この場合の（標準化された）「検定統計量」は，絶対値で〔92〕**.**〔93〕〔94〕〔95〕となる．

（2）対立仮説を「運動不足と感じていないグループと運動不足と感じているグループの間で，課税前個人年収の平均は等しくない」として，有意水準 5%で両側検定したとする．この検定結果として最も適切なものを選択せよ．ただし，臨界値が分布表から直接導出できない場合には，**最も近い 2 つの値の中点とする**．

……………………解答番号〔96〕

①検定統計量が棄却域に入るので，運動不足感の有無にかかわらず，課税前個人年収の平均に差がない．
②検定統計量が棄却域に入らないので，運動不足感の有無にかかわらず，課税前個人年収の平均に差がない．
③検定統計量が棄却域に入るので，両グループの課税前個人年収の平均には有意な差がある．
④検定統計量が棄却域に入らないので，両グループの課税前個人年収の平均には有意な差がある．
⑤両グループの課税前個人年収の平均の差については統計的に何も言えない．

（裏面に続く）

Ⅶ. 回帰分析に関する以下の文章について，正しいものを 1 つ選び，その番号をマークせよ（〔97〕～〔100〕は解答番号）.

ただし，ここでは，線形回帰モデル $Y_i = a + bX_i + u_i$ を最小二乗法（最小自乗法）で推定するものとし，X_i は独立変数，Y_i は従属変数，u_i は標準的線形回帰モデルの仮定を満たす誤差項である.

〔97〕 ①独立変数は被説明変数ともいう.

②従属変数は説明変数ともいう

③独立変数は誤差項と独立である.

④独立変数は確率変数である.

⑤従属変数は確率変数ではない.

〔98〕 ①誤差項の平均は 1 である.

②誤差項の分散は均一である.

③誤差項は標準正規分布である.

④残差の合計は 1 である.

⑤最小二乗法では，残差（誤差）の合計が最小になるように回帰直線を引く.

〔99〕 ①残差は，各データから回帰直線に対する垂線の距離である.

②残差は，X 軸に対する垂線の，各データから回帰直線までの距離である.

③残差は，Y 軸に対する垂線の，各データから回帰直線までの距離である.

④残差は，各データから原点に対する垂線距離である.

⑤残差は，各データから原点に対する垂線の，X 軸までの距離である.

〔100〕 ①パラメータ b の推定量 $\hat{b}$ は，最小分散不偏推定量であるが一致推定量ではないので，BLUE ではない.

②パラメータ b の有意性を検定する際の帰無仮説が $H_0 : b = 0$，対立仮説が $H_1 : b > 0$ である場合，上側の片側検定を行う.

③パラメータ b の有意性を検定する際の決定係数は $\dfrac{\hat{b}}{s_{\hat{b}}}$ （$s_{\hat{b}}$ は標準誤差）であり，0 から 1 の間の値を取る.

④パラメータ b の有意性を検定する際，決定係数が有意水準以下であれば帰無仮説を棄却する.

⑤この検定で帰無仮説が棄却された場合，2 つの変数 X と Y との間には有意な関係がないと判断する.

（問題終了）