

人々が移住するときの再分配政策 － Wildasin (1991) 再考 －

宮澤和俊*

1 はじめに

人々が自由に移住できる経済における所得再分配政策を分析する。次節ではモデルを提示し、政策決定のメカニズムを説明する。3 節では、Wildasin (1991) の分析方法を紹介し、2 節の結果と比較する。

2 モデル

2.1 設定

2-class economy (rich, poor)

2 地域 $i = 1, 2$

poor は労働を供給し賃金所得を得る。rich は労働以外の生産要素を所有しレントを得る。

rich は各地域に住んでおり移住しない。各地域の rich の人口は一定であり、それぞれ 1 とする。

poor は地域を移動する。 地域 1 の poor の人口を l_1 、地域 2 の poor の人口を l_2 とすると、

$$l_1 + l_2 = l \quad (1)$$

が成り立つ。 l は poor の総人口（定数）を表す。以下、下付きの 1, 2 で地域を区別する。

各地域には地方政府があり、所得再分配政策をおこなう（rich に課税し、poor に移転する）。また、税収の一部を中央政府に上納する。

中央政府は、地方政府の納税を財源として、ひも付き補助金 (matching grants) を支給する。

1. 地域 1

poor は 1 単位の労働を供給し賃金所得を得る。また、地方政府 1 から所得移転を受け取る。poor の予算制約式は、

$$w_1 + z_1 = c_1^P \quad (2)$$

である。 c_1^P は poor の消費、 w_1 は賃金率、 z_1 は所得移転を表す。

地域 1 の生産関数を、

$$y_1 = f_1(l_1)$$

とおく。労働市場が完全競争的であるとき、

$$w_1 = f_1'(l_1) \quad (3)$$

が成り立つ。

rich は、賃金支払い後の生産余剰を受け取り、地方政府に納税する。rich の予算制約式は、

$$y_1 - w_1 l_1 - t_1 = c_1^R \quad (4)$$

である。 c_1^R は rich の消費、 t_1 は rich への一括税を表す。

*Faculty of Economics, Doshisha University, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

地方政府の予算制約式は,

$$t_1 = (1 - s_1)z_1l_1 + T_1 \quad (5)$$

で与えられる. 地方政府のおこなう再分配政策の支出は z_1l_1 である. このうちの一部を中央政府が負担する. $0 \leq s_1 < 1$ は matching grants の補助率を表す. T_1 は, 地方政府 1 から中央政府への移転額を表す.

rich の効用関数を,

$$u_1 = u_1(c_1^R, c_1^P)$$

とする. rich は利他的であり, 自分の消費 c_1^R に加え, poor の 1 人あたり消費 c_1^P にも関心があると仮定する. また, 再分配政策は, rich の効用が最大になるように形成されると仮定する.

2. 中央政府

予算制約式は,

$$T_1 + T_2 = s_1z_1l_1 + s_2z_2l_2 \quad (6)$$

で与えられる. 左辺が歳入を, 右辺が歳出を表す.

3. 資源制約

経済の資源制約式は,

$$y_1 + y_2 = c_1^R + c_1^Pl_1 + c_2^R + c_2^Pl_2 \quad (7)$$

で与えられる. 左辺が生産国民所得, 右辺が支出国民所得を表す. ワルラス法則より, (7) 式は他の式から導出できる.

[ワルラス法則の証明] 地域 1 の総消費は, (2), (4), (5) 式を用いると,

$$\begin{aligned} c_1^R + c_1^Pl_1 &= (y_1 - w_1l_1 - t_1) + (w_1 + z_1)l_1 \\ &= y_1 + z_1l_1 - [(1 - s_1)z_1l_1 + T_1] \\ &= y_1 + s_1z_1l_1 - T_1 \end{aligned}$$

となる. 地域 2 も同様にして,

$$c_2^R + c_2^Pl_2 = y_2 + s_2z_2l_2 - T_2$$

したがって, (7) 式の右辺は, (6) 式を用いると,

$$(y_1 + s_1z_1l_1 - T_1) + (y_2 + s_2z_2l_2 - T_2) = y_1 + y_2$$

となり, 左辺に一致する.

4. 移住均衡条件 (migration equilibrium)

$$c_1^P = c_2^P \quad (8)$$

poor は地域間を移動できる. 賃金 w_i と移転額 z_i を見て, 消費 c_i^P が大きい方の地域を選択する. (8) 式は, poor の移住が停止するための条件を表す.

2.2 パレート最適

分権化経済を分析する前に, パレート最適条件を導出する. 最適条件が分かっているならば, 分権化経済にどのような非効率性があるのか理解しやすい.

地域 2 の rich の効用水準を一定に保ちながら, 地域 1 の rich の効用を最大にする. 制約条件は, poor の人口制約, 経済全体の資源制約, 地域 2 の効用制約の 3 つである.

最適問題は次のように定式化される．

$$\max u_1(c_1^R, c_1^P)$$

subject to

$$\begin{aligned} l_1 + l_2 &= l \\ f_1(l_1) + f_2(l_2) &= c_1^R + c_1^P l_1 + c_2^R + c_2^P l_2 \\ \bar{u} &= u_2(c_2^R, c_2^P) \end{aligned}$$

ラグランジュ関数を，

$$\begin{aligned} L &= u_1(c_1^R, c_1^P) + \lambda(l - l_1 - l_2) \\ &\quad + \mu[f_1(l_1) + f_2(l_2) - c_1^R - c_1^P l_1 - c_2^R - c_2^P l_2] + \gamma[u_2(c_2^R, c_2^P) - \bar{u}] \end{aligned}$$

とおく． λ, μ, γ はラグランジュ乗数である．

1 階の条件は，

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_1^R} &= \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} - \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial c_1^P} &= \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} - \mu l_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial c_2^R} &= -\mu + \gamma \frac{\partial u_2}{\partial c_2^R} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial c_2^P} &= -\mu l_2 + \gamma \frac{\partial u_2}{\partial c_2^P} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial l_i} &= -\lambda + \mu[f'_i(l_i) - c_i^P] = 0 \end{aligned}$$

である．内生変数は $c_i^R, c_i^P, l_i, \lambda, \mu, \gamma$ の 9 つ．方程式が 9 本あるので解ける．

乗数 λ, μ, γ を消去すると，次の 3 本の方程式が得られる．

$$MRS_i = l_i \tag{9}$$

$$f'_1(l_1) - c_1^P = f'_2(l_2) - c_2^P \tag{10}$$

ただし， MRS_i は，地域 i の rich の効用関数の限界代替率を表す．

$$MRS_i = \frac{\partial u_i / \partial c_i^P}{\partial u_i / \partial c_i^R}$$

6 個の内生変数 c_i^R, c_i^P, l_i について 6 本の方程式があるので解ける．いずれも， $l, \bar{u}$ の関数である．

効用で測ると，poor の消費を 1 単位追加することと，rich の消費を MRS_i 単位追加することは同値である．(9) 式は，両地域において，poor の消費の相対価値を l_i にすることを意味している．資源制約式から，労働のネットの限界生産物は， $f'_i(l_i) - c_i^P$ である．(10) 式は，各地域のネットの限界生産物が一致するように労働を配分することを意味している．

2.3 分権化された再分配政策

本節では分権化された再分配政策について分析する．最初に，中央政府が matching grants の政策 (s_i, T_i) を提示する．次に，各地方政府が独自に再分配政策 z_i を決める．均衡は後ろ向きに解く．

2.3.1 地方政府

地方政府 1 は, rich の効用が最大となるように政策 z_1 を決める. 地方政府 2 の政策 z_2 , 中央政府の政策 (s_i, T_i) を所与とする. (6) 式の中央政府の予算制約は考慮しない. ただし, (1) 式の poor の人口制約条件, (8) 式の移住均衡条件から次の 2 点について考慮する. 第 1 に, 自地域の再分配政策は poor を流入させ, 人口分布 (l_1, l_2) を変化させる. 第 2 に, 人口分布の変化は, 各地域の賃金率 w_1, w_2 を変化させる. 他地域の賃金率を考慮するということは, 他地域の技術を知っていることを意味する.

地方政府 1 の最適化問題は, 次のように定式化される.

$$\max u_1(c_1^R, c_1^P)$$

subject to

$$c_1^R = f_1(l_1) - w_1 l_1 - (1 - s_1) z_1 l_1 - T_1 \quad (11)$$

$$c_1^P = w_1 + z_1 \quad (2)$$

$$l_1 + l_2 = l \quad (1)$$

$$w_1 + z_1 = w_2 + z_2 \quad (8)$$

$$w_i = f'_i(l_i) \quad (3)$$

(11) 式は, (5) 式の地方政府の予算制約式を (4) 式に代入したものである.

ラグランジュ関数を,

$$\begin{aligned} L_1 = & u_1(c_1^R, c_1^P) + \lambda(l - l_1 - l_2) + \gamma(w_1 + z_1 - w_2 - z_2) \\ & + \pi_1[w_1 - f'_1(l_1)] + \pi_2[w_2 - f'_2(l_2)] \end{aligned}$$

とおく. c_1^R, c_1^P は, (11), (2) 式で与えられる. $\lambda, \gamma, \pi_1, \pi_2$ はラグランジュ乗数である.

1 階の条件は,

$$\frac{\partial L_1}{\partial z_1} = \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} \times -(1 - s_1) l_1 + \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} + \gamma = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial l_1} = \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} [f'_1 - w_1 - (1 - s_1) z_1] - \lambda - \pi_1 f''_1 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial l_2} = -\lambda - \pi_2 f''_2 = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial w_1} = \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} (-l_1) + \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} + \gamma + \pi_1 = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial w_2} = -\gamma + \pi_2 = 0 \quad (16)$$

である. 11 個の内生変数 $z_1, l_1, l_2, w_1, w_2, c_1^R, c_1^P, \lambda, \gamma, \pi_1, \pi_2$ について 11 本の方程式があるので解ける.

以下, 乗数を消去する. (16) 式より, $\pi_2 = \gamma$. (14) 式より, $\lambda = -\gamma f''_2$. (15) 式より,

$$\pi_1 = \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} l_1 - \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} - \gamma$$

(13) 式に (3) 式と λ, π_1 の式を代入する.

$$-(1 - s_1) z_1 \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} + \gamma f''_2 - \left[\frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} l_1 - \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} - \gamma \right] f''_1 = 0$$

γ について解く.

$$\gamma = \frac{1}{f''_1 + f''_2} \left\{ [(1 - s_1) z_1 + l_1 f''_1] \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} - f''_1 \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} \right\}$$

この式を (12) 式に代入し整理する.

$$\left[s_1 l_1 - \frac{f_2''}{f_1'' + f_2''} l_1 + \frac{(1 - s_1) z_1}{f_1'' + f_2''} \right] \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} + \frac{f_2''}{f_1'' + f_2''} \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} = 0$$

最後に, 限界代替率

$$MRS_1 = \frac{\partial u_1 / \partial c_1^P}{\partial u_1 / \partial c_1^R}$$

を用いると, z_1 の最適条件は,

$$MRS_1 = l_1 - s_1 l_1 \times \frac{f_1'' + f_2''}{f_2''} - (1 - s_1) z_1 \times \frac{1}{f_2''} \quad (17)$$

と表すことができる.

内生変数は, $z_1, l_1, l_2, w_1, w_2, c_1^R, c_1^P$ の 7 つ. 制約条件と (17) 式を合わせて 7 本の方程式があるので解ける. 内生変数はいずれも, 地方政府 2 の政策 z_2 , 中央政府の政策 s_1, T_1 の関数である.

地方政府 2 の問題も同じように考えることができる. z_2 に関する最適条件は,

$$MRS_2 = l_2 - s_2 l_2 \times \frac{f_1'' + f_2''}{f_1''} - (1 - s_2) z_2 \times \frac{1}{f_1''}$$

である. 政策 z_2 は, z_1, s_2, T_2 の関数である.

Nash 均衡は, 以下の 10 本の方程式で与えられる. 内生変数は, $z_i, c_i^R, c_i^P, l_i, w_i$ の 10 個である.

$$\begin{aligned} c_i^R &= f_i(l_i) - w_i l_i - (1 - s_i) z_i l_i - T_i \\ c_i^P &= w_i + z_i \\ l_1 + l_2 &= l \\ w_1 + z_1 &= w_2 + z_2 \\ w_i &= f_i'(l_i) \end{aligned}$$

and

$$MRS_i = l_i - s_i l_i \times \frac{f_1'' + f_2''}{f_j''} - (1 - s_i) z_i \times \frac{1}{f_j''}$$

ただし, $i = 1$ のとき $j = 2$ であり, $i = 2$ のとき $j = 1$ である.

ベンチマークとして, 中央政府の政策が対称であるケースを考える ($s_i = s, T_i = T$). さらに, 2 地域の選好と技術は同一であるとする. 以下, 必要に応じて, 生産関数や消費の添え字を省略する. さらに, 説明の都合上, 効用関数を,

$$u_i = \ln c_i^R + \beta \ln c_i^P$$

と特定化する. $\beta > 0$ は, rich の poor への利他の大きさを表すパラメータである.

対称性より, $z_1 = z_2 = z$ のはず. このとき, $l_1 = l_2 = l/2 \equiv \tilde{l}$, $w_1 = w_2 = f'(\tilde{l}) \equiv w$. いずれも定数. 消費は,

$$\begin{aligned} c^R &= f(\tilde{l}) - w\tilde{l} - (1 - s)z\tilde{l} - T \\ c^P &= w + z \end{aligned}$$

なので, 限界代替率は,

$$MRS = \beta \frac{f(\tilde{l}) - w\tilde{l} - (1 - s)z\tilde{l} - T}{w + z}$$

と表せる. 最後に, $f_1''(\tilde{l}) = f_2''(\tilde{l})$ と, $f_2'' = (dl_2/dw_2)^{-1}$ を用いると, (17) 式から,

$$\beta \frac{f(\tilde{l}) - w\tilde{l} - (1 - s)z\tilde{l} - T}{w + z} = (1 - 2s)\tilde{l} + (1 - s)z \left(-\frac{dl_2}{dw_2} \right) \quad (18)$$

が得られる ($dl_2/dw_2 < 0$ は, $w_1 = w$ のときの労働需要曲線の傾きを表す定数).

ヨコ軸を z としてグラフを書く。(18) 式の左辺は右下がり、右辺は右上がり。交点は存在すれば 1 つ。解を z^* とする。一括税 T が増えたとする。左辺が下方にシフトする。右辺は不変。交点が左下に移動する。つまり、 $\partial z^*/\partial T < 0$ 。補助率 s が増えたとする。左辺は上方にシフトする。右辺は下方にシフトする。交点が右に移動する。つまり、 $\partial z^*/\partial s > 0$ 。

利他 β がある程度大きいとき、 $z^* > 0$ を満たす。また、2 地域の選好と技術が似ているとき、解の一意性が保証される。移住均衡の安定性はここでは省略する。

(17) 式で、 $s_1 = T_1 = 0$ とすると、

$$MRS_1 = l_1 - z_1 \frac{dl_2}{dw_2} \quad (21)$$

が成り立つ。パレート最適条件 (9) 式が成立するのは、 $z_1 = 0$ のときに限られる。 $z_1 > 0 \Leftrightarrow MRS_1 > l_1$ より、Nash 均衡では poor の消費が過小になっている。この非効率性を是正するために、中央政府は matching grants を利用する。

2.3.2 中央政府

中央政府は、(6) 式の予算制約のもとで、matching grants を支給する。本節では、2 地域の選好と技術が同一であるケースを分析する。一般的な分析は、3 節でおこなう。

対称性から、地域 1 の政策だけを考えれば十分。中央政府の予算制約式は、

$$T_1 = s_1 z_1^* l_1 \quad (22)$$

である。 z_1^* は、matching grants があるときの地方政府 1 の政策を表す。

対称性から、 $l_i = l/2 = \tilde{l}$ 、 $w_i = f'(\tilde{l}) = w$ である。

まず、(8) 式の移住均衡条件より、(10) 式の最適性の条件

$$f'_1(\tilde{l}) - c_1^P = f'_2(\tilde{l}) - c_2^P$$

が成立する。

(17) 式より、(9) 式の最適性の条件が成立するためには、

$$2s_1 l_1 + (1 - s_1) z_1^* \frac{dl_2}{dw_2} = 0$$

が成立しなければならない。労働需要の賃金弾力性

$$\varepsilon_2 = -\frac{w_2}{l_2} \frac{dl_2}{dw_2}$$

を用いて整理すると、

$$s_1 = \frac{1}{1 + \frac{2w}{\varepsilon z_1^*}} \quad (23)$$

を得る。 $(\varepsilon_i = \varepsilon$ と表記)。

最後に、政策 z_1^* を求める。便宜上、効用関数を対数関数に特定化する。(22) 式を (11) 式に代入すると、rich の消費は、

$$c_1^R = f(\tilde{l}) - (w + z_1^*) \tilde{l}$$

である。したがって、

$$MRS_1 = \tilde{l} \Leftrightarrow \beta \frac{f(\tilde{l}) - (w + z_1^*) \tilde{l}}{w + z_1^*} = \tilde{l}$$

を解いて、

$$z_1^* = \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{f(\tilde{l})}{\tilde{l}} - w \quad (24)$$

を得る。

以上の結果をまとめると次のようになる．中央政府は，(23) 式の補助率 s_1 を提示する．ただし， z_1^* は (24) 式で与えられる．また，予算が均衡するように一括税 $T_1 = s_1 z_1^* \tilde{l}$ を徴収する．この政策のもとで，地方政府 1 は政策 z_1^* を選択する．同様にして，地方政府は政策 $z_2^*(= z_1^*)$ を選択する．Nash 均衡において，最適性の条件 (9), (10) 式が満たされる．(23) 式より， $s_1 > 0$ である．つまり，matching grants を用いることで，Nash 均衡の非効率を解消できる．

3 Wildasin (1991) 再考

本節では，Wildasin (1991) の分析方法を紹介する．2 節の分析結果と比較するのが目的である．

3.1 poor の消費

雇用と賃金率の関係式 $w_1 = f'_1(l_1)$ から，労働需要関数が得られる．

$$l_1 = l_1(w_1)$$

この式を最初の関係式に代入する．

$$w_1 = f'_1(l_1(w))$$

両辺を w_1 で微分する．

$$1 = f''_1(l_1) \cdot \frac{dl_1}{dw_1}$$

したがって，

$$\frac{dl_1}{dw_1} = \frac{1}{f''_1(l_1)} < 0 \quad (\text{A1})$$

労働需要関数を (1) 式に代入する．poor の労働市場の均衡条件は，

$$l_1(w_1) + l_2(w_2) = l$$

この式に，poor の予算制約 (2) 式を代入する．

$$l_1(c_1^P - z_1) + l_2(c_2^P - z_2) = l$$

最後に，移住均衡条件 (8) 式を代入すると，

$$l_1(c - z_1) + l_2(c - z_2) = l \quad (\text{A2})$$

が得られる．(A2) 式から，poor の均衡消費 $c = c(z_1, z_2)$ を解くことができる．

(A2) 式を全微分する．

$$\frac{dl_1}{dw_1}(dc - dz_1) + \frac{dl_2}{dw_2}(dc - dz_2) = 0$$

したがって，

$$\frac{\partial c}{\partial z_1} = \frac{\frac{dl_1}{dw_1}}{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}} \equiv \sigma_1 > 0 \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial c}{\partial z_2} = \frac{\frac{dl_2}{dw_2}}{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}} \equiv \sigma_2 > 0 \quad (\text{A4})$$

を得る．ただし， $\sigma_1 + \sigma_2 = 1$ である．

地方政府 1 は，地方政府 2 の政策 z_2 を所与として行動する．ただし，自分の再分配政策により自地域の poor の所得 c_1^P が増えると，migration により賃金率が変化し，地域 2 の poor の所得 c_2^P も同じだけ増えるだろうと予想する．地方政府 2 も同じである．

3.2 人口配分

地域 1 の労働需要関数より,

$$l_1 = l_1(w_1) = l_1(c(z_1, z_2) - z_1) \equiv l_1(z_1, z_2)$$

を得る. z_1, z_2 で微分する. (A3), (A4) 式を用いると,

$$\frac{\partial l_1}{\partial z_1} = \frac{dl_1}{dw_1} \left(\frac{\partial c}{\partial z_1} - 1 \right) = -(1 - \sigma_1) \frac{dl_1}{dw_1} > 0 \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\partial l_1}{\partial z_2} = \frac{dl_1}{dw_1} \frac{\partial c}{\partial z_2} = \sigma_2 \frac{dl_1}{dw_1} < 0 \quad (\text{A6})$$

を得る. 地域 1 の再分配政策は, 地域 1 の poor の人口を増やす. 他地域の再分配政策は自地域の poor の人口を減らす.

3.3 rich の消費

rich の消費は,

$$c_1^R = f_1(l_1) - l_1 f_1'(l_1) - (1 - s_1)z_1 l_1 - T$$

$l_1 = l_1(z_1, z_2)$ であることに注意して, z_1, z_2 で微分する. (A5), (A6) 式を用いると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_1^R}{\partial z_1} &= -(1 - s_1)l_1 + [f_1' - f_1' - l_1 f_1'' - (1 - s_1)z_1] \frac{\partial l_1}{\partial z_1} \\ &= -(1 - s_1)l_1 + [l_1 f_1'' + (1 - s_1)z_1] (1 - \sigma_1) \frac{dl_1}{dw_1} \\ &= -(1 - s_1)l_1 + (1 - \sigma_1) \left[l_1 + (1 - s_1)z_1 \frac{dl_1}{dw_1} \right] \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_1^R}{\partial z_2} &= [-l_1 f_1'' - (1 - s_1)z_1] \frac{\partial l_1}{\partial z_2} \\ &= -[l_1 f_1'' + (1 - s_1)z_1] \sigma_2 \frac{dl_1}{dw_1} \\ &= -\sigma_2 \left[l_1 + (1 - s_1)z_1 \frac{dl_1}{dw_1} \right] \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

を得る. なお, 各式の最後の等号は, $dl_1/dw_1 = 1/f_1''$ を用いている.

z_1 を 1 単位増やすと, 地方政府の支出が $(1 - s_1)l_1$ だけ増える. その分, rich の税負担が増える. (A7) 式の第 1 項は, 税負担の増加を表している. 第 2 項は migration 効果を表す. poor が 1 人増えると, rich の受け取るレントが l_1 だけ増える. 他方, 地方政府の支出が $(1 - s_1)z_1$ 増え, 税負担が生じる. カギカッコ部分が, poor が 1 人増えたときの rich のネットの所得増を表す. 実際には, z_1 を 1 単位増やすと poor が $(1 - \sigma_1)$ 人増えるので, ネットの所得増に $(1 - \sigma_1)$ を掛ける. (A8) 式の解釈も同じである.

(A8) 式で, 特に $z_1 = 0$ とすると,

$$\frac{\partial c_1^R}{\partial z_2} = -\sigma_2 l_1 < 0$$

が成り立つ. 地方政府 1 が再分配政策をおこなわないとき, 他地域の再分配政策は地域 1 の rich の消費を減らす効果を持つ. poor が流出し, レントが減るためである.

3.4 厚生

地域 1 の rich の効用関数を全微分する.

$$du_1 = \frac{\partial u_1}{\partial c_1^R} dc_1^R + \frac{\partial u_1}{\partial c_1^P} dc_1^P$$

du_1 を, rich の所得の限界効用 $\partial u_1 / \partial c_1^R$ で割ったものを厚生効果の指標とし, $d\mu_1$ と表記する.

$$d\mu_1 = \frac{du_1}{\partial u_1 / \partial c_1^R}$$

このとき,

$$d\mu_1 = dc_1^R + \frac{\partial u_1 / \partial c_1^P}{\partial u_1 / \partial c_1^R} \times dc_1^P = dc_1^R + MRS_1 \times dc_1^P \quad (A9)$$

poor の消費が 1 単位増えたとする. 効用で測ると, rich の消費が MRS_1 単位増えたのと同値である. (A9) 式は, 2 つの消費 c_1^R, c_1^P が変化したときの厚生効果を, rich の所得で測ることを意味している. なお, 消費変化は微小なので, MRS_1 は一定とみなす (均衡での消費で MRS_1 を評価する).

$c_1^P = c$ とおく. 最初に z_2 の厚生効果を, 次に z_1 の厚生効果を調べる.

1. z_2 の厚生効果

(A4), (A8) 式を用いると,

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_1}{dz_2} &= \frac{\partial c_1^R}{\partial z_2} + MRS_1 \times \frac{\partial c}{\partial z_2} \\ &= -\sigma_2 \left[l_1 + (1 - s_1)z_1 \frac{dl_1}{dw_1} \right] + MRS_1 \times \sigma_2 \\ &= \sigma_2 \left[MRS_1 - l_1 - (1 - s_1)z_1 \frac{dl_1}{dw_1} \right] \\ &= \sigma_2 \gamma_1 \end{aligned} \quad (A10)$$

ただし,

$$\gamma_1 = MRS_1 - l_1 - (1 - s_1)z_1 \frac{dl_1}{dw_1} \quad (A11)$$

(A11) 式の γ_1 は, 賃金 w_1 の厚生効果を表す. 以下, これを示す.

地域 1 の poor の賃金率 w_1 が 1 単位増えたとする. poor の消費が 1 単位増える. rich にとっては, 自分の所得が MRS_1 だけ増えた効果を持つ. 他方, 賃金支払いが $1 \times l_1 = l_1$ だけ増えるので, rich のレントが l_1 だけ減る. (A11) 式の第 1 項が賃金上昇の限界便益, 第 2 項が限界費用を表す.

賃金が上昇すると, poor の雇用が $-dl_1/dw_1 > 0$ だけ減る. rich は, poor 1 人あたり $(1 - s_1)z_1$ の所得移転を負担している. したがって, 負担が, $(1 - s_1)z_1(-dl_1/dw_1)$ だけ減る. (9) 式の第 3 項は, poor の migration による rich の追加的な限界便益を表している.

γ_1 の解釈を用いて, (A10) 式の解釈する.

z_2 が増えると, 地域 1 の賃金率 w_1 はどのくらい上昇するか. $w_1 = f_1'(l_1)$ を z_2 で微分し, (A6) 式を用いると,

$$\frac{\partial w_1}{\partial z_2} = f_1'' \frac{\partial l_1}{\partial z_2} = f_1'' \times \sigma_2 \frac{dl_1}{dw_1} = \sigma_2 > 0$$

つまり, σ_2 だけ賃金が増える. γ_1 の解釈と合わせると, (A10) 式は, 他地域の政策による自地域の賃金変化から生じる厚生効果が, rich の所得で測って, $\sigma_2 \gamma_1$ で表されることを意味している.

2. z_1 の厚生効果

上と同様に計算する. (A3), (A7) 式を用いると,

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_1}{dz_1} &= \frac{\partial c_1^R}{\partial z_1} + MRS_1 \times \frac{\partial c}{\partial z_1} \\ &= -(1 - s_1)l_1 + [l_1 f_1'' + (1 - s_1)z_1] (1 - \sigma_1) \frac{dl_1}{dw_1} + MRS_1 \times \sigma_1 \\ &= MRS_1 \times \sigma_1 - (1 - s_1)l_1 + (1 - \sigma_1) \left[l_1 + (1 - s_1)z_1 \frac{dl_1}{dw_1} \right] \\ &= MRS_1 \times \sigma_1 - (1 - s_1)l_1 + (1 - \sigma_1) (MRS_1 - \gamma_1) \\ &= MRS_1 - (1 - s_1)l_1 - (1 - \sigma_1)\gamma_1 \end{aligned} \quad (A12)$$

が得られる.

(A12) 式を解釈する。 z_1 を 1 単位増やしたとする。 poor の所得が 1 単位増える。 rich の所得が MRS_1 だけ増えた効果を持つ。 他方, rich の再分配の負担が $(1 - s_1)l_1 \times 1$ だけ増える。 (A12) 式の第 1 項が限界便益を, 第 2 項が限界費用を表す。

migration 効果. poor が流入し, 賃金率が下がる。 どのくらい下がるのか。 $w_1 = f'_1(l_1)$ を z_1 で微分し, (A5) 式を用いると,

$$\frac{\partial w_1}{\partial z_1} = f'_1 \frac{\partial l_1}{\partial z_1} = f''_1 \times -(1 - \sigma_1) \frac{dl_1}{dw_1} = -(1 - \sigma_1) < 0$$

したがって, (A12) 式の第 3 項は, poor の流入による賃金低下を通じた厚生効果を表している。

3.5 Uncorrected Nash equilibrium

中央政府の政策がないケースを考える ($s_1 = s_2 = T_1 = T_2 = 0$)。 均衡を, uncorrected Nash 均衡と呼ぶ。

地方政府 1 の最適政策 z_1^* は, $d\mu_1/dz_1 = 0$ から求められる。

$$\begin{cases} MRS_1 - l_1 - (1 - \sigma_1)\gamma_1 = 0 \\ \gamma_1 = MRS_1 - l_1 - z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} \end{cases}$$

MRS_1 と γ_1 の連立方程式を解く。

$$\gamma_1 = -\frac{z_1^*}{\sigma_1} \frac{dl_1}{dw_1} > 0 \quad (\text{A13})$$

$$MRS_1 = l_1 - \frac{1 - \sigma_1}{\sigma_1} z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} \geq l_1 \quad (\text{A14})$$

地方政府 2 の最適政策 z_2^* も同様にして求められる。

次に, 均衡の非効率性を示すために, spillover 効果の大きさを計測する。 (A10) 式に, (A13) 式および σ_i の定義 (A3), (A4) 式を代入する。

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_1}{dz_2} &= \sigma_2 \gamma_1 \\ &= \sigma_2 \times -\frac{z_1^*}{\sigma_1} \frac{dl_1}{dw_1} \\ &= -\frac{\frac{dl_2}{dw_2}}{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}} \frac{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}}{\frac{dl_1}{dw_1}} \times z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} \\ &= -z_1^* \frac{dl_2}{dw_2} \end{aligned}$$

地域 2 の poor の労働の賃金弾力性

$$\varepsilon_2 = -\frac{w_2}{l_2} \frac{dl_2}{dw_2}$$

を用いると,

$$w_2 \frac{d\mu_1}{dz_2} = \varepsilon_2 l_2 z_1^* \geq 0 \quad (\text{A15})$$

が得られる。

$z_1^* > 0$ のとき, spillover 効果はプラス。 uncorrected Nash 均衡では, 各地方政府は他地域への正の外部効果を考慮せずに自地域の政策をおこなっている。 つまり, 均衡での z_1^*, z_2^* は過少になっている。

命題 1 uncorrected Nash 均衡において, 地方政府 2 の再分配政策による地域 1 の spillover benefit は, 次式で与えられる。

$$w_2 \frac{d\mu_1}{dz_2} = \varepsilon_2 l_2 z_1^* \geq 0$$

3.6 Corrected Nash equilibrium

命題 1 の結果から, uncorrected Nash 均衡では地方政府の再分配政策は過少となることが分かる. これを是正するために, 中央政府は matching grants を支給する. 均衡を, corrected Nash 均衡と呼ぶ.

中央政府は, 次の厚生効果と歳出効果の 2 つの視点から地方政府の政策を評価する.

1. 厚生効果

地方政府 1 の政策 z_1 の厚生効果を次式で評価する.

$$\frac{d\mu_1}{dz_1} + \frac{d\mu_2}{dz_1}$$

地方政府 1 は, $d\mu_1/dz_1 = 0$ となる z_1 を選択している. したがって, 厚生効果は spillover 効果だけになる.

$$\frac{d\mu_2}{dz_1} = \sigma_1 \gamma_2 \quad (\text{A16})$$

2. 歳出効果

政策 z_1 は, 中央政府の歳出に影響する. matching grants の総額を z_1 で微分し, (A5), (A6) 式を用いる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz_1}(s_1 z_1 l_1 + s_2 z_2 l_2) &= s_1 l_1 + s_1 z_1 \frac{dl_1}{dz_1} + s_2 z_2 \frac{dl_2}{dz_1} \\ &= s_1 l_1 - s_1 z_1 (1 - \sigma_1) \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2 \sigma_1 \frac{dl_2}{dw_2} \\ &= s_1 l_1 - s_1 z_1 \frac{dl_1}{dw_1} + \sigma_1 \left(s_1 z_1 \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2 \frac{dl_2}{dw_2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A17})$$

z_2 を一定とする. z_1 が 1 単位増えると, 直接的に地域 1 への補助金が $s_1 l_1$ だけ増える (第 1 項). また, poor が地域 1 に流入するため, さらに, $-s_1 z_1 dl_1/dw_1 > 0$ だけ補助金が増える (第 2 項). 他方, 各地域の賃金率に変化する (w_1 が上昇, w_2 が低下). これにより, poor の人口配分が変化し, 補助金額に影響する (第 3 項).

常識的には, (A17) 式はプラス. 追加的な税負担が生じる. 税は, 各地域の rich が負担している. したがって, (A17) 式は rich の所得で測った厚生損失を表している. 厚生効果 (A16) 式も rich の所得で測っている. 単位が同じなので, 足し算, 引き算をしても良い.

Net external benefit from an increase in z_1 を次式で定義する.

$$MEB_1 = \frac{d\mu_2}{dz_1} - \frac{d}{dz_1}(s_1 z_1 l_1 + s_2 z_2 l_2) \quad (\text{A18})$$

中央政府は, 地方政府の反応関数 $z_1(s_i, T_i), z_2(s_i, T_i)$ を知っている. (6) 式の予算制約のもとで,

$$MEB_1 = 0$$

$$MEB_2 = 0$$

が成立するように, (s_i^*, T_i^*) を決める.

各地方政府は, (s_i^*, T_i^*) を所与として, それぞれ,

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_1}{dz_1} &= 0 \\ \frac{d\mu_2}{dz_2} &= 0 \end{aligned}$$

が成立するように, z_1^*, z_2^* を決める.

Wildasin (1991) は, corrected Nash 均衡について以下の 3 つの命題を提示している.

命題 2 *corrected Nash* 均衡では, 地方政府の政策が一致する: $z_1^* = z_2^*$

証明. 地方政府 1 の最適政策は,

$$\frac{d\mu_1}{dz_1} = MRS_1 - (1 - s_1)l_1 - (1 - \sigma_1)\gamma_1 = 0$$

where

$$\gamma_1 = MRS_1 - l_1 - (1 - s_1)z_1^* \frac{dl_1}{dw_1}$$

この 2 式より,

$$\gamma_1 = -\frac{1}{\sigma_1} \left[(1 - s_1)z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_1 l_1 \right] \quad (\text{A19})$$

が得られる.

(A16), (A17) 式を (A18) 式に代入する.

$$\begin{aligned} MEB_1 &= \sigma_1 \gamma_2 - \left[s_1 l_1 - s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + \sigma_1 \left(s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2^* \frac{dl_2}{dw_2} \right) \right] \\ &= \sigma_1 (\gamma_1 + \gamma_2) - \sigma_1 \gamma_1 - \left[s_1 l_1 - s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + \sigma_1 \left(s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2^* \frac{dl_2}{dw_2} \right) \right] \end{aligned}$$

さらに, (A19) 式を代入すると,

$$\begin{aligned} MEB_1 &= \sigma_1 (\gamma_1 + \gamma_2) + (1 - s_1)z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_1 l_1 - \left[s_1 l_1 - s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + \sigma_1 \left(s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2^* \frac{dl_2}{dw_2} \right) \right] \\ &= \sigma_1 (\gamma_1 + \gamma_2) + z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} - \sigma_1 \left(s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2^* \frac{dl_2}{dw_2} \right) \end{aligned}$$

$MEB_1 = 0$ より,

$$z_1^* = -\frac{\sigma_1}{\frac{dl_1}{dw_1}} \left[\gamma_1 + \gamma_2 - \left(s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2^* \frac{dl_2}{dw_2} \right) \right]$$

最後に,

$$\sigma_1 = \frac{\frac{dl_1}{dw_1}}{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}}$$

を代入すると,

$$z_1^* = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2 - \left(s_1 z_1^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z_2^* \frac{dl_2}{dw_2} \right)}{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}} \quad (\text{A20})$$

を得る. 右辺は集計された変数なので地域に依存しない (添え字の 1 と 2 を入れ替えても同じ値になる). したがって, $z_1^* = z_2^*$ が証明された. $\square$

命題 3 *corrected Nash* 均衡では, 次のサミュエルソン条件が成立する.

$$MRS_1 + MRS_2 = l \quad (\text{A21})$$

証明. 命題 2 より, $z_1^* = z_2^* = z^*$ とおく. (A20) 式より,

$$z^* = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2 - \left(s_1 z^* \frac{dl_1}{dw_1} + s_2 z^* \frac{dl_2}{dw_2} \right)}{\frac{dl_1}{dw_1} + \frac{dl_2}{dw_2}}$$

整理すると,

$$z^* = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{(1 - s_1) \frac{dl_1}{dw_1} + (1 - s_2) \frac{dl_2}{dw_2}} \quad (\text{A22})$$

γ_1 の定義 (A11) 式に代入する.

$$\gamma_1 = MRS_1 - l_1 + (\gamma_1 + \gamma_2) \frac{(1 - s_1) \frac{dl_1}{dw_1}}{(1 - s_1) \frac{dl_1}{dw_1} + (1 - s_2) \frac{dl_2}{dw_2}}$$

同様にして,

$$\gamma_2 = MRS_2 - l_2 + (\gamma_1 + \gamma_2) \frac{(1 - s_2) \frac{dl_2}{dw_2}}{(1 - s_1) \frac{dl_1}{dw_1} + (1 - s_2) \frac{dl_2}{dw_2}}$$

上の2式を辺々加えると,

$$MRS_1 + MRS_2 - l_1 - l_2 = 0$$

□

命題 4 両地域の選好, 技術, 資源賦存量が同じであるとする. このとき, *corrected Nash* 均衡における *matching grants* は次式で与えられる.

$$s^* = \frac{1}{1 + 2 \times \frac{w}{\varepsilon z^*}} \quad (\text{A23})$$

補足. n 地域するとき, 分母の2は $n/(n-1)$ に入れ替わる.

証明. 対称性より, $s_1 = s_2 = s^*$ のはず. $dl_1/dw_1 = dl_2/dw_2$ より, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1/2$.

(A19) 式より,

$$\gamma_1 = -2 \left[(1 - s) z^* \frac{dl_1}{dw_1} + s l_1 \right] = \gamma_2$$

(A20) 式より,

$$z^* = - \frac{\gamma_1 - s z^* \frac{dl_1}{dw_1}}{\frac{dl_1}{dw_1}}$$

γ_1 を消去すると,

$$2s l_1 + (1 - s) z^* \frac{dl_1}{dw_1} = 0$$

最後に, 弾力性 $\varepsilon = -(w_1/l_1)(dl_1/dw_1)$ を用いて整理すると, (A23) 式が得られる. □

数値例

poor への移転を所得の25% とする ($z/w = 0.25$). 労働の賃金弾力性を, $\varepsilon = 0.1$ (短期), $\varepsilon = 1$ (長期) とする.

(A23) 式より, 2 地域モデルにおける短期の補助率は,

$$s^* = \frac{1}{1 + 2 \times \frac{1}{0.1 \times 0.25}} = 0.012$$

長期の補助率は,

$$s^* = \frac{1}{1 + 2 \times \frac{1}{1 \times 0.25}} = 0.111$$

最後に, 日本の都道府県の長期の補助率を求めると ($n = 47$),

$$s^* = \frac{1}{1 + \frac{n}{n-1} \times \frac{1}{1 \times 0.25}} = 0.196$$

4 おわりに

参考文献

- [1] Wildasin DE. (1991) Income redistribution in a common labor market. *American Economic Review*. 81, 757-774.