

# 高卒と大卒の賃金格差の経済分析 — 大学進学率とスキル偏向的技術変化 —

宮澤和俊\*

## 1 はじめに

学歴による賃金所得の違いを説明するモデルを紹介する。文末の資料は、Johnson (1997) の抜粋である。労働者には skilled と unskilled の 2 つのタイプがある。ヨコ軸は、skilled/unskilled の人口比を表す。タテ軸は賃金格差である。右下がりの曲線  $D'$  は、skilled の相対的な需要を表し、垂直線  $S'$  は skilled の相対的な供給を表す。均衡での賃金格差は  $R^*$  である。環境変化は、供給曲線と需要曲線のシフトで表される。たとえば、大学進学率が上昇すると、skilled の人口比が上昇し、供給曲線が右にシフトする ( $S' \rightarrow S''$ )。他方、unskilled の雇用を減らし、skilled の雇用を増やすような環境変化が生じると、需要曲線が右にシフトする ( $D' \rightarrow D''$ )。供給曲線のシフトにより均衡は右下に移動する。skilled の相対賃金が減るので、賃金格差は縮小する。他方、需要曲線のシフトにより均衡は右上に移動する。賃金格差は拡大する。環境が変化しても、2 つのシフトの大きさ次第では賃金格差は  $R^*$  のままである。

Johnson (1997) は、1980 年代のアメリカで学歴別の賃金格差が拡大した要因を分析している。供給曲線のシフトは、大学進学率の上昇で説明できる。需要曲線のシフトの原因についてはいくつか候補があるが、Johnson は、国の開放度 (increased openness) と、スキル偏向的技術変化 (skill-biased technological change; SBTC) の 2 つを挙げている。開放度は直観的に分かりやすい。伝統的に国内で unskilled が生産している財があるとしよう。この財が tradable ならば、輸入の拡大により国内生産が減り、unskilled の雇用が減少するかもしれない。あるいは、国内の skilled が生産している財が、貿易自由化により需要が増えたとする、skilled の雇用が増加するだろう。いずれの変化も、skilled の相対的な需要を増やすので、需要曲線を右にシフトさせる。開放度は、貿易額 (輸入額 + 輸出額) のデータを用いて検証することができる。

もう 1 つのスキル偏向的技術変化の方は分かりにくい。半導体の技術進歩によりパソコンの価格が下がったとする。恩恵を受けるのは skilled だろうか、unskilled だろうか？スマートフォンならどうだろう？YouTube は？どういうデータを集めれば検証できるのか？等々。

本稿の主な目的は、Johnson (1997) の図の背後にある経済理論を整理することである。これにより、均衡での賃金格差を定量的に分析するための道筋をつけることができる。需要曲線のシフトの原因としては、スキル偏向的技術変化を仮定する。まず 2.1 節で労働市場の需要サイドをモデル化する。2.2 節では供給サイドをモデル化する。2.3 節で市場均衡を導出し、2.4 節で均衡での賃金格差を分析する。最後の節はまとめである。

## 2 モデル

### 2.1 企業の費用最小化問題

企業の費用最小化問題を次式で定式化する。

$$\min_{H, L} w_H H + w_L L \quad \text{subject to} \quad Y = F(H, L) \quad (1)$$

---

\*Faculty of Economics, Doshisha University, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

$H$  は効率単位で測った skilled labor の投入量を,  $L$  は効率単位で測った unskilled labor の投入量を表す.  $w_H, w_L$  はそれぞれ, 効率単位あたりの skilled と unskilled の賃金率を表す.  $Y$  は生産量 (所与),  $F(.,.)$  は生産関数である. 規模に関して収穫一定を仮定する.

最適化の 1 階の条件は,

$$\frac{w_H}{w_L} = \frac{F_H(H, L)}{F_L(H, L)} \quad (2)$$

である. (1), (2) 式より, 労働需要  $H^*, L^*$  が求められる.

CES 型の生産関数を仮定する.

$$F(H, L) = \left( H^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (3)$$

$\sigma > 0$  は要素代替の弾力性を表す定数である.

skilled と unskilled の限界生産力は, それぞれ,

$$F_H(H, L) = \left( H^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} H^{-\frac{1}{\sigma}}$$

$$F_L(H, L) = \left( H^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}} L^{-\frac{1}{\sigma}}$$

で与えられる. (2) 式に代入して整理すると,

$$\frac{H}{L} = \left( \frac{w_H}{w_L} \right)^{-\sigma} \quad (4)$$

を得る. (4) 式を対数微分すると,

$$-\frac{d \ln \left( \frac{H}{L} \right)}{d \ln \left( \frac{w_H}{w_L} \right)} = \sigma$$

を得る. skilled の相対賃金が 1% 上昇したとき, skilled の雇用比率が  $\sigma\%$  低下することを意味する.  $\sigma$  の値が大きいほど, 価格変化による投入要素の代替の程度が大きいことを意味している.

(1), (4) 式から,  $H^*, L^*$  を求める. (4) 式を (1) 式に代入して,  $L$  を消去する.

$$Y^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = \left[ L \left( \frac{w_H}{w_L} \right)^{-\sigma} \right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$$

$L$  について解くと,

$$L^* = \left( \frac{W}{w_L} \right)^{\sigma} Y \quad (5)$$

が得られる. ただし,

$$W = [(w_H)^{1-\sigma} + (w_L)^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (6)$$

である.

(5) 式を (4) 式に代入すると, skilled の需要を得る.

$$H^* = \left( \frac{W}{w_H} \right)^{\sigma} Y \quad (7)$$

(6) 式は要素価格の price index を表す.  $w_H$  と  $w_L$  がともに 2 倍になると,  $W$  も 2 倍になる. また,

$$\frac{W}{w_L} = \left[ 1 + \left( \frac{w_H}{w_L} \right)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

であるから, skilled の相対賃金 ( $w_H/w_L$ ) が上昇すると ( $W/w_L$ ) が上昇する. このとき (5) 式より, unskilled の需要  $L^*$  が増加する. skilled の需要  $H^*$  は減少する.

(5), (7) 式より, 総費用は,

$$w_H H^* + w_L L^* = WY$$

となる。生産された財の価格を  $P$  とすると、利潤は  $\pi = (P - W)Y$  である。したがって、財市場が完全競争的であると仮定すると、財の均衡価格は、

$$P^* = W = [(w_H)^{1-\sigma} + (w_L)^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (8)$$

で与えられる。

## 2.2 家計の効用最大化問題

前節では、企業の最適化問題から労働需要を導出した。本節では家計の最適化問題を定式化し、skilled と unskilled の労働供給を導出する。

経済には skilled と unskilled の 2 つのタイプの個人がいる。総人口を  $N$  とし、skilled の人口を  $N_H$ 、unskilled の人口を  $N_L$  とすると、

$$N = N_H + N_L \quad (9)$$

が成り立つ。個人の教育選択を考えると、 $N_H, N_L$  はモデルの中で決まる内生変数である。出生選択を考えると、 $N$  は内生変数である。ただし、以下ではモデルを簡単にするため  $N, N_H, N_L$  はすべて定数であると仮定する。

skilled の予算制約式は次式で与えられる。

$$w_H \cdot \theta_H h = P c_h \quad (10)$$

$c_h$  は消費、 $h$  は労働時間を表す。 $P$  は消費財価格、 $w_H$  は効率単位あたりの skilled の賃金率である。 $\theta_H > 0$  は skilled の労働効率を表す定数である。たとえば、zoom を使うことで会議時間が半減したとしよう。同じ 1 時間でこれまでの 2 倍の仕事をこなすことができる。 $\theta_H$  の値が 2 倍になったことを意味する。技術が労働効率を改善する効果を、 $\theta_H$  という 1 つのパラメータで表現している。

skilled の効用関数を、

$$u_h = \alpha \ln c_h + (1 - \alpha) \ln(1 - h) \quad (11)$$

とする。時間賦存を 1 とすると、 $(1 - h)$  は余暇時間を表している。 $0 < \alpha < 1$  は、消費の選好ウェイトを表す定数である。

skilled は、(10) 式の制約のもとで、(11) 式が最大となるように消費  $c_h$  と労働時間  $h$  を選択する。(11) 式を (10) 式に代入し、 $c_h$  を消去すると、skilled の最適化問題は次式で定式化される。

$$\max_h \alpha \ln h + (1 - \alpha) \ln(1 - h)$$

最適化の 1 階の条件は、

$$\frac{\alpha}{h} - \frac{1 - \alpha}{1 - h} = 0$$

である。これを解くと、労働供給と消費需要が得られる。

$$h^* = \alpha \quad (12)$$

$$c_h^* = \frac{\alpha w_H \theta_H}{P}$$

unskilled の予算制約式は次式で与えられる。

$$w_L \cdot \theta_L l = P c_l \quad (13)$$

$l > 0$  は unskilled の労働時間、 $\theta_L > 0$  は skilled の労働効率を表す定数である。

unskilled の効用関数は skilled と同じであるとする、上と同じようにして、

$$l^* = \alpha \quad (14)$$

$$c_l^* = \frac{\alpha w_L \theta_L}{P}$$

を得る。

## 2.3 市場均衡

閉鎖経済における skilled labor, unskilled labor, 財の 3 つの市場均衡条件はそれぞれ次式で与えられる.

$$H = N_H \times \theta_H h \quad (15)$$

$$L = N_L \times \theta_L l \quad (16)$$

$$Y = N_H c_h + N_L c_l \quad (17)$$

労働市場は効率単位で測っている. ワルラス法則より, (17) 式は他の式から導出できる<sup>1</sup>. したがって, 労働市場を分析すれば十分である. モデルの中で決まるのは, skilled の実質賃金率  $w_H/P$  と unskilled の実質賃金率  $w_L/P$  である. (8) 式を用いると,

$$\frac{w_H}{P} = \left[ 1 + \left( \frac{w_L}{w_H} \right)^{1-\sigma} \right]^{-\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$\frac{w_L}{P} = \left[ 1 + \left( \frac{w_H}{w_L} \right)^{1-\sigma} \right]^{-\frac{1}{1-\sigma}}$$

なので, 効率単位で測った skilled の相対賃金 ( $w_H/w_L$ ) がモデルの中で決まる.

## 2.4 賃金格差

モデルで用いた  $w_H, w_L$  は, 効率単位あたりの賃金率である. 賃金格差を分析するには, 時間あたりの賃金率 (時給) を用いる必要がある.

時間あたりの賃金率  $W_H, W_L$  は, 次式で与えられる.

$$W_H = w_H \theta_H$$

$$W_L = w_L \theta_L$$

たとえば, (10) 式より, skilled の予算制約式は  $W_H h = P c_h$  となる. 働いた時間  $h$  に比例して受け取る賃金が  $W_H$  である.

Johnson (1997) にしたがって, 賃金格差の指標として,

$$R = \frac{W_H}{W_L}$$

を用いる. この値が大きいほど, 賃金格差が拡大することを意味する.

賃金格差の説明変数として, skilled/unskilled の人口比率を用いる:

$$X = \frac{N_H}{N_L} \quad (18)$$

このモデルでは (18) 式の右辺は定数である. したがって, 平面  $(X, R)$  上でグラフを書くと垂直線で表される. (相対的な) skilled の供給曲線を表している. データとしては,  $X$  の代理変数として大学進学率を用いる. 大学進学率が上昇すると,  $(N_H/N_L)$  が大きくなり, 供給曲線が右にシフトする.

他方, (4) 式より,

$$\frac{w_H}{w_L} = \left( \frac{H}{L} \right)^{-\frac{1}{\sigma}}$$

<sup>1</sup>家計の予算制約式と労働市場の均衡条件を用いて, (17) 式の右辺を变形する.

$$\begin{aligned} N_H c_h + N_L c_l &= N_H \frac{w_H \theta_H h}{P} + N_L \frac{w_L \theta_L l}{P} \\ &= \frac{w_H H + w_L L}{P} \end{aligned}$$

最後に (8) 式を用いると, 左辺の  $Y$  に一致する.

が成り立つ。この式を用いて、skilled の需要曲線を導出する。(12), (14), (15), (16) 式を用いると、

$$R = \frac{w_H \theta_H}{w_L \theta_L} = \left( \frac{H}{L} \right)^{-\frac{1}{\sigma}} \frac{\theta_H}{\theta_L} = \left( \frac{\theta_H}{\theta_L} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} X^{-\frac{1}{\sigma}} \quad (19)$$

を得る。(19) 式は、平面  $(X, R)$  上で右下がりの曲線で表される。skilled の需要曲線と解釈できる。要素代替の弾力性は、 $\sigma > 1$  と考えるのが妥当である。このとき、スキル偏向的技術変化 (SBTC) により労働効率比  $(\theta_H/\theta_L)$  が上昇すると、需要曲線が右上にシフトする。Johnson (1997) の図は、(18), (19) 式を図示したものである。

(18), (19) 式より、均衡での格差指標は、

$$R^* = \left( \frac{\theta_H}{\theta_L} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left( \frac{N_H}{N_L} \right)^{-\frac{1}{\sigma}} \quad (20)$$

で与えられる<sup>2</sup>。

大学進学率が上昇し、 $(N_H/N_L)$  が大きくなると  $R^*$  が小さくなる。つまり、賃金格差は縮小する。 $\sigma > 1$  のとき、SBTC により  $(\theta_H/\theta_L)$  が上昇すると  $R^*$  が大きくなる。賃金格差が拡大する。賃金格差が拡大するか縮小するのかは、供給曲線のシフト (大学進学率の上昇) と需要曲線のシフト (SBTC の大きさ) の大小関係に依存する。

(20) 式を対数微分すると、

$$d \ln R^* = \frac{\sigma-1}{\sigma} d \ln \left( \frac{\theta_H}{\theta_L} \right) - \frac{1}{\sigma} d \ln \left( \frac{N_H}{N_L} \right)$$

を得る。 $d \ln x = dx/x$  は変化率を意味する。SBTC の効果  $d \ln(\theta_H/\theta_L)$  をデータを用いて定量化できれば、賃金格差の動きを説明することができる。

### 3 おわりに

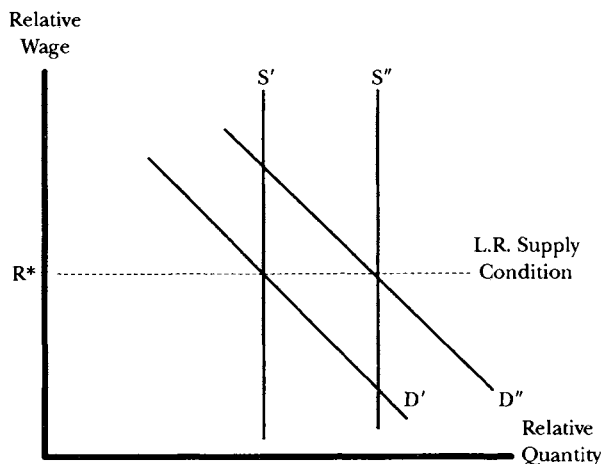
#### 参考文献

- [1] Acemoglu D (2009) *Introduction to modern economic growth*. Princeton University Press, USA.
- [2] Johnson GE (1997) Changes in earnings inequality: The role of demand shifts. *Journal of Economic Perspectives* 11, 41-54.

---

<sup>2</sup>Acemoglu (2009) の (15.1) 式.

Figure 1

**Determination of the Skilled/Unskilled Relative Wage Rate with Simultaneous Shifts in Demand and Short-Run Supply Functions**

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\Delta A}{A} - \frac{\Delta S}{S} \right].$$

$R$  is the relative wage between two groups, in this case college and high school labor, and  $\Delta R/R$  is its proportional change over a particular period.  $S$  is our measure of the relative supply of college to high school labor, the “Relative Skill Supply” numbers reported in the last column of Table 1.  $A$  is a parameter that reflects conditions concerning the relative demand for labor by skill, and an observation that  $\Delta A/A$  is positive over a particular time period means that the relative demand function in Figure 1 is shifting right—for whatever reasons. The elasticity of substitution between the two kinds of labor is  $\sigma$ . If there is a high degree of substitution between labor with different levels of skill (reflecting, to take an extreme example, the case in which a heart bypass operation could be led equally well by one M.D. or by five high school dropouts), then changes in relative supply and demand will have only a small influence on wages.<sup>2</sup>

Most estimates of  $\sigma$  are in the neighborhood of 1.5, and I assume that this is its value. Taken with the estimates of proportional changes in the wage ratio and the relative supply of labor by skill in Tables 1 and 2, this allows us to estimate the

<sup>2</sup> Key assumptions underlying this approach include full employment (most of the time), so that relative supply equals relative demand. This requires that  $R$  is free to adjust (a condition that is apparently not satisfied in much of western Europe in recent years). Also, relative supply must be viewed as an exogenous variable, depending on past educational investment decisions. In this situation, the value of the relative wage  $R$  will be determined by  $S=AR^{-\sigma}$ , where  $S$  is relative supply,  $A$  is the demand shift parameter, and  $\sigma$  is the elasticity of substitution between high- and low-skilled labor.