いま雇用されている価値，いま失業している価値
－Shapiro and Stiglitz (1984) の均衡失業の考え方－

宮澤和俊*

1　はじめに

いま雇用されていること，いま失業していることの 2 つの価値を比較する．もっとも単純なものは，雇用の価値イコール賃金所得，失業の価値イコール失業給付である．ただし，自分では決められない離職リスクや，労働市場の需給に依存する就職のチャンスなどを考慮すると，話は少し複雑になる．次節では，Shapiro and Stiglitz (1984) のモデルを用いて，離職や就職という動学的な側面を踏まえながら雇用や失業の価値とは何かを説明する．3 節では，Shapiro and Stiglitz (1984) の「労働規律としての失業」の意味を説明する．最後の節はまとめである．

2　モデル

2.1　モデルの設定

個人は，職に就いている／就いていないの 2 つの状況のいずれかにあるとする．職に就いている個人を雇用者，就いていない個人を失業者と呼ぶ．総人口を N（一定）とする．時点 t における雇用者数を $N_E(t)$，失業者数を $N_u(t)$ とすると，

$$N_E(t) + N_u(t) = N \quad \forall t \tag{1}$$

が成り立つ．

雇用者は自分では決められない離職リスクに直面している（病気，引越し，親の介護など）．いま，時点 0 にいるとして，時点 $t \geq 0$ まで継続して雇用される確率を，

$$e^{-bt}$$

とする．$b > 0$ は離職リスクの大きさを表す定数である．ヨコ軸を t としてグラフを書くと，切片が 1 の右下がりの曲線で表せる．b の値が大きいほどグラフは下方にある．継続して雇用される確率が低い，つまり離職の確率が高いことを意味する．

雇用者は各時点で賃金所得 w を得るとする．失業者は各時点で失業給付 $\bar{w}$ を得るとする．時点 t における雇用されている価値（評価関数）を $V_E(t)$，失業している価値を $V_u(t)$ と表記する．

以下，微小な期間 $[0, t]$ で考える．時間選好率を $r > 0$ とすると，時点 0 での雇用されている価値は，

$$V_E(0) = wt + e^{-rt}\left[e^{-bt}V_E(t) + \left(1 - e^{-bt}\right)V_u(t)\right] \tag{2}$$

で表される．

いま雇用者であることの価値とは，(i) 期間中に得られる所得の総額と，(ii) 期末の自分のステイタスの価値の期待値である．第 1 項の wt が (i) を表し，第 2 項のカギ括弧が (ii) を表す．e^{-bt} は雇用者である確率，$(1 - e^{-bt})$ は失業者である確率である．e^{-rt} をかけるのは，t 期間分割り引いて評価するためである．

*Faculty of Economics, Doshisha Univeristy, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

(2) 式を変形すると，

$$\frac{V_E(0)-e^{-(r+b)t}V_E(t)}{t}=w+\frac{1-e^{-bt}}{t}\times e^{-rt}V_u(t) \tag{3}$$

を得る．$\lim_{t\to 0}V_E'(t)=0$ を仮定する．$t\to 0$ とすると，(3) 式から，

$$(r+b)V_E(0)=w+bV_u(0) \tag{4}$$

を得る[1]．(4) 式が,「いま雇用者であることの価値」を表す基本方程式である．賃金 w に加え，離職率 b と失業の価値 $V_u(0)$，そして時間選好率 r を含む点に注意する．

離職リスクがないとき（$b=0$），(4) 式は $V_E(0)=w/r$ となる．離職リスクがないとは，ずっと雇用されるということである．つまり，いま雇用者であることの価値とは，将来にわたり所得 w を受け取ることなので,

$$V_E(0)=\int_0^\infty e^{-rt}wdt=w\int_0^\infty e^{-rt}dt=\frac{w}{r}$$

となる．なお，時点 t における価値は,

$$V_E(t)=\int_t^\infty e^{-r(s-t)}wds=\frac{w}{r}$$

である．

離職リスクがあるときは（$b>0$），割引率は r ではなく，$(r+b)$ となる．割り引く対象は，賃金 w プラス失業者であることの価値の期待値 $bV_u(0)$ である．

次に，失業者であることの価値 $V_u(0)$ を求める．時点 0 にいる失業者が，時点 t まで継続して失業する確率を,

$$e^{-at}$$

とする．$a>0$ は仕事の見つけやすさを表す変数である．a の値が大きいほど，継続して失業する期間が短くなる．a はモデルの中で決まる内生変数である．この点は後で説明する．

微小な期間 $[0,t]$ で考えると，次の関係式が成り立つ．

$$V_u(0)=\bar{w}t+e^{-rt}\left[e^{-at}V_u(t)+(1-e^{-at})V_E(t)\right] \tag{5}$$

失業者は，失業期間に所得 $\bar{w}t$ を得る．期末に失業者である確率は e^{-at}，仕事が見つかり雇用者となる確率は $(1-e^{-at})$ である．将来のステイタスの期待値は，割引率 $r>0$ を用いて現在価値に変換する．

雇用者と同じようにして，(5) 式を次のように変形する．

$$\frac{V_u(0)-e^{-(r+a)t}V_u(t)}{t}=\bar{w}+\frac{1-e^{-at}}{t}\times e^{-rt}V_E(t) \tag{6}$$

$V_u'(0)=0$ を仮定し，$t\to 0$ とすると,

$$(r+a)V_u(0)=\bar{w}+aV_E(0) \tag{7}$$

が得られる．

失業者であることの価値 $V_u(0)$ は，失業中の所得 $\bar{w}$ プラス雇用されている価値の期待値 $aV_E(0)$ を，割引率 $(r+a)$ を用いて割り引いたものである．仮に，就職のチャンスがない場合（$a=0$），$V_u(0)=\bar{w}/r$ となる．将来にわたり各時点で $\bar{w}$ を受け取ることを意味する．

(4), (7) 式を用いて，$V_E(0)$ と $V_u(0)$ の連立方程式を解くことができる．

$$rV_E(0)=\frac{r+a}{r+a+b}w+\frac{b}{r+a+b}\bar{w} \tag{8}$$

$$rV_u(0)=\frac{a}{r+a+b}w+\frac{r+b}{r+a+b}\bar{w} \tag{9}$$

[1] Appendix 参照.

雇用されている価値と失業している価値の違いは，賃金所得 w と失業給付 $\bar{w}$ のウェイト付けの違いである．区間 $[\bar{w}, w]$ をイメージしよう．(8) 式は，この区間を $(r+a):b$ に内分する点で表される．(9) 式は $a:(r+b)$ に内分する点で表される．(8) 式の方が w のウェイトが大きいので，右にあることが分かる．差を計算すると，

$$V_E(0) - V_u(0) = \frac{w - \bar{w}}{r + a + b} \tag{10}$$

を得る．雇用されている価値と失業している価値の差は，雇用者と失業者の所得格差 $(w - \bar{w})$ に比例する．ただし，分母にある $(r + a + b)$，すなわち，時間選好率プラス就職確率プラス離職確率にも依存する点に注意する必要がある．

2.2 就職確率と失業率

時間選好率 r と離職確率 b は定数であると仮定する．注目するのは就職確率 a である．就職のし易さは，その時々の景気あるいは労働市場に影響する．a を内生変数と考えることで，(10) 式をより現実的に解釈することができる．

前節同様，期間 $[0, t]$ で考える．期首の雇用者数 $N_E(0)$ と失業者数 $N_u(0)$，期末の雇用者数 $N_E(t)$ と失業者数 $N_u(t)$ の間に次の関係式が成り立つ．

$$N_E(t) = e^{-bt} N_E(0) + (1 - e^{-at}) N_u(0) \tag{11}$$

$$N_u(t) = e^{-at} N_u(0) + (1 - e^{-bt}) N_E(0) \tag{12}$$

(11) 式は，期末の雇用者数を表している．期首の雇用者は時間とともに離職していく．時点 t まで継続して雇用されているのは $e^{-bt} N_E(0)$ 人である．他方，失業者は仕事を見つけて雇用者となる．期首の失業者の中で，時点 t まで継続して失業している人は $e^{-at} N_u(0)$ 人である．つまり，仕事を見つけた人は $(1 - e^{-at}) N_u(0)$ 人である．(11) 式の右辺は，継続して雇用されている人と新たに雇用された人の合計を表している．

(12) 式の期末の失業者数も同じようにして定式化することができる．(11), (12) 式を辺々加えると，

$$N_E(t) + N_u(t) = N_E(0) + N_u(0) = N$$

を得る．つまり，(11) 式と (12) 式は独立な方程式ではない．(11) 式が成立すれば，(12) 式も成立する．

(11) 式を変形すると，

$$\frac{N_E(t) - e^{-bt} N_E(0)}{t} = \frac{1 - e^{-at}}{t} N_u(0)$$

を得る．$N'_E(0) = 0$ を仮定し，$t \to 0$ とすると

$$bN_E(0) = aN_u(0) \tag{13}$$

を得る[2]．左辺は時点 0 における瞬間的な離職者数を表し，右辺は時点 0 における瞬間的な就職者数を表す．(13) 式は，労働市場の流入と流出がちょうど一致していることを意味している．

(1), (13) 式より，

$$N_E(0) = \frac{a}{a + b} N \tag{14}$$

$$N_u(0) = \frac{b}{a + b} N \tag{15}$$

が成り立つ．

以下，労働市場で決まる変数として，失業率 μ を定義する．

$$\mu = \frac{N_u(0)}{N}$$

[2] Appendix 参照．

(15) 式より，就職確率は，

$$a = b\left(\frac{1}{\mu} - 1\right) \tag{16}$$

で与えられる．離職確率 b は一定なので，失業率 μ が高いほど就職確率 a は低下する．

(16) 式を (10) 式に代入すると，

$$V_E(0) - V_u(0) = \frac{w - \bar{w}}{r + \frac{b}{\mu}} \tag{17}$$

を得る．(17) 式から，失業率 μ が高いほど，そして賃金所得 w が高いほど，雇用されている価値と失業している価値の差が大きくなる．他方，失業給付 $\bar{w}$ が高いほど，時間選好率 r が高いほど，そして離職確率 b が高いほど，雇用と失業の価値の差は小さくなる．ただし，失業率 μ と賃金所得 w は労働市場で決まる内生変数のはずなので，単純な比較静学分析は危険である．次節では，失業が生じるメカニズムを説明する．

3　労働規律としての失業

本節では，Shapiro and Stiglitz (1984) の自発的失業のメカニズムを説明する．モデルの概略は以下の通りである．労働者は真面目に働くのが辛いので，できればサボりたいと考えている．経営者は労働者がサボりたいと思っていることを知っているので，サボらないような給与体系を作りたいと考えている．均衡では何が起こるか．個々の経営者は労働者がサボらないように高めの賃金を支払う．労働者は高い賃金に満足してサボらない．ただし，問題がある．経営者が高めの賃金を提示するということは，競争賃金であれば雇用されたであろう労働者を雇用しないことを意味する．つまり，経営者が自社の労働者の努力を引き出すためにアメを与えるという行為は，同時に，労働市場の需給バランスを崩して失業を生じさせるというムチの効果を持っている．

以上のしくみをモデルを用いて説明する．同質な雇用者が各時点で真面目に働くかサボるかを選択する．雇用者の効用関数を，

$$u = \begin{cases} w & \text{サボるとき} \\ w - e & \text{サボらないとき} \end{cases} \tag{18}$$

とする．w は賃金所得を表す．$e > 0$ は，真面目に働くことの不効用を表す定数である．以下，サボる雇用者 (shirker) の変数を上付きの S で表し，サボらない雇用者 (nonshirker) の変数を上付きの N で表す．

(18) 式よりサボった方が効用が高い．ただし，サボっていることが見つかった場合，解雇されるというリスクがあるとする．期間 $[0, t]$ で考える．この期間ずっとサボっていることが露見しない確率を，

$$e^{-qt}$$

とする．$q > 0$ は定数である．q の値が大きいほど露見しない確率が小さくなる．つまり，露見して解雇される確率が大きくなる．

時点 0 において，shirker であることの価値 $V_E^S(0)$ は，

$$V_E^S(0) = wt + e^{-rt}\left\{e^{-(b+q)t}V_E^S(t) + [1 - e^{-(b+q)t}]V_u(t)\right\} \tag{19}$$

である．$b > 0$ は前節で用いた離職率を表す．期末に shirker として雇用されている確率は $e^{-(b+q)t}$ であり，失業している確率は $1 - e^{-(b+q)t}$ である．波カッコの部分が期末でのステイタスの価値の期待値を表している．

(19) 式は，

$$\frac{V_E^S(0) - e^{-(r+b+q)t}V_E^S(t)}{t} = w + \frac{1 - e^{-(b+q)t}}{t} \times e^{-rt}V_u(t)$$

と変形できる．$V_E^{S\prime}(0) = 0$ を仮定し，$t \to 0$ とすると，

$$(r + b + q)V_E^S(0) = w + (b + q)V_u(0) \tag{20}$$

を得る．

次に，nonshirker であることの価値を導出する．

$$V_E^N(0) = (w-e)t + e^{-rt}\left[e^{-bt}V_E^N(t) + \left(1-e^{-bt}\right)V_u(t)\right] \tag{21}$$

(19) 式と (21) 式を比較すると，nonshirker は期間中の効用が低い（$w-e<w$）．ただし，サボりを理由に解雇されることがないので，期末に雇用されている確率が高くなる．

(21) 式は，

$$\frac{V_E^N(0) - e^{-(r+b)t}V_E^N(t)}{t} = w - e + \frac{1-e^{-bt}}{t} \times e^{-rt}V_u(t)$$

と変形できる．$V_E^{N\prime}(0) = 0$ を仮定し，$t \to 0$ とすると，

$$(r+b)V_E^N(0) = w - e + bV_u(0) \tag{22}$$

を得る．

(20), (22) 式より，

$$V_E^N(0) \geq V_E^S(0) \Leftrightarrow w \geq rV_u(0) + \frac{r+b+q}{q}e \tag{23}$$

が得られる．(23) 式を non-shirking condition (NSC) という．

雇用者は 1 単位の労働を供給する．ただし，nonshirker の有効労働 (effective labor) は 1 単位であるのに対し，shirker の有効労働はゼロであると仮定しよう．経営者は有効労働の合計は観察できる．しかし，誰が shirker で誰が nonshirker であるかは観察できないとする．できるのは，抜き打ち検査をして一定の shirker を解雇するだけである．前述の $q>0$ は，抜き打ち検査の強度を表している．経営者は，10 人雇用したら有効労働が 10 単位になるように賃金 w を提示する．(23) 式の $rV_u(0) + (r+b+q)w/q$ が，shirker を出さないための最低賃金を意味している．

時点 0 において失業していることの価値は，

$$(r+a)V_u(0) = \bar{w} + aV_E(0) \tag{7}$$

であった．また，(23) 式が満たされる限り，すべての雇用者は nonshirker なので，$V_E(0) = V_E^N(0)$ である．したがって，(22), (7) 式から，$V_E^N(0)$ と $V_u(0)$ を求めることができる．

$$rV_E^N(0) = \frac{r+a}{r+a+b}(w-e) + \frac{b}{r+a+b}\bar{w} \tag{24}$$

$$rV_u(0) = \frac{a}{r+a+b}(w-e) + \frac{b+r}{r+a+b}\bar{w} \tag{25}$$

(8), (9) 式と比較すると，w を $(w-e)$ に置き換えただけである．

(25) 式を (23) 式に代入し整理すると，NSC は次のように変形できる．

$$w \geq \bar{w} + e + \frac{r+a+b}{q}e \tag{26}$$

最後に，2.2 節の就職確率の式を利用する．

$$a = b\left(\frac{1}{\mu} - 1\right) \tag{16}$$

ただし，μ は失業率を表す.

$$\mu = 1 - \frac{N_E(0)}{N}$$

(16) 式を (26) 式に代入すると，

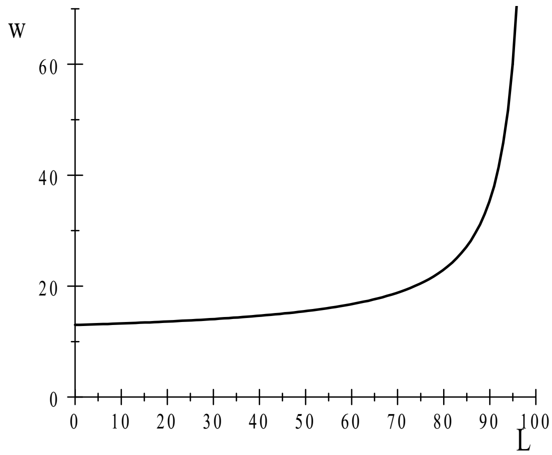
$$w \geq \bar{w} + e + \frac{e}{q}\left(r + \frac{b}{\mu}\right) \equiv \hat{w} \tag{27}$$

を得る．(27) 式が NSC の最終形である．

Figure 1 は，ヨコ軸を雇用者数 $L = N_E(0)$，タテ軸を w として，(27) 式を図示したものである．人口を $N = 100$ としている．雇用者が増えると失業率 μ が低下し，(27) 式の右辺の最低賃金 $\hat{w}$ が高くなる．曲線

の上の領域が shirker を出さないための雇用と賃金の組合せを表している．図から，雇用者数が 100 に近づくにつれて（失業率がゼロに近づくにつれて），最低賃金 $\hat{w}$ は無限大に発散する．外生的な離職リスクがある限り（$b > 0$），完全雇用と NSC は両立しない.

Figure 1. Non-shiking condition (NSC)



Note. $\bar{w} = 0$, $e = 10$, $q = 0.2$, $r = 0.01$, $b = 0.05$, $N = 100$

最後に，労働市場の需要関数を導出する．企業数を M とする．企業 $i = 1, ..., M$ の生産関数を,

$$y_i = f_i(L_i)$$

とする．y_i は生産量，L_i は労働投入を表す.

マクロ生産関数を次式で定義する.

$$F(L) = \max_{L_1,...,L_M} \sum_{i=1}^{M} f_i(L_i) \quad \text{subject to} \quad L = \sum_{i=1}^{M} L_i \tag{28}$$

1 階の条件は,

$$f_i'(L_i) = \lambda \quad (i = 1, ..., M) \tag{29}$$

ただし，$\lambda > 0$ は労働制約 (28) 式の乗数を表す.

(28), (29) 式の $(M + 1)$ 本の連立方程式を解くと，$L_i(L), \lambda(L)$ を得る．目的関数に代入すると，マクロ生産関数が得られる.

$$F(L) = \sum_{i=1}^{M} f_i(L_i(L))$$

両辺を L で微分すると,

$$F'(L) = \sum_{i=1}^{M} f_i'(L_i) \frac{dL_i}{dL} = \lambda \sum_{i=1}^{M} \frac{dL_i}{dL} = \lambda \tag{30}$$

を得る．ただし，2 番目の等号は (29) 式を，3 番目の等号は (28) 式の両辺を L で微分した式を利用している.

(29), (30) 式より，マクロ生産関数の限界生産力 $F'(L)$ は，労働が最適に配分されたときの各企業の限界生産力 $f_i'(L_i)$ に一致する.

以上を踏まえたうえで，競争的な労働市場を考える．市場賃金率を w とし，生産物価格を 1 に基準化する．企業 i の利潤最大化条件は,

$$f_i'(L_i) = w \tag{31}$$

で与えられる．(31) 式から，労働需要関数 $L_i(w)$ が得られる．集計すると，市場需要関数

$$L = L(w) = \sum_{i=1}^{M} L_i(w) \tag{32}$$

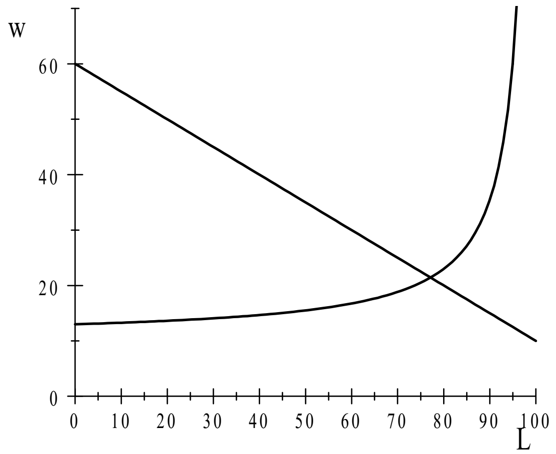
が得られる．総生産量は，$Y = \sum_{i=1}^{M} y_i = \sum_{i=1}^{M} f_i(L_i)$ である．

マクロ生産関数の性質から，

$$F'(L) = w \tag{33}$$

が成り立つ．(33) 式が労働市場の需要関数を表している．

Figure 2. 市場均衡



Note. $F'(L) = 60 - 0.5L$

Figure 2 は，Figure 1 の NSC のグラフに (33) 式の需要曲線を追加したものである．完全雇用を達成する市場賃金は $w = 10$ である．しかし，NSC を満たさないので shirking が生じる．企業は自社の労働者に対して，NSC を満たすぎりぎりの賃金を提示する．企業が同質であると仮定すると，2 つの曲線の交点 $E(77, 21.4)$ が均衡となる．均衡では，77 人の雇用者が真面目に働く．サボる人はいない．失業者は 23 人，均衡失業率は 23% である．労働者は同質であるから，失業は非自発的である．

均衡においてある企業がもう 1 人労働者を雇うかどうか考えるとしよう．$w^* = 21.4$ よりも低い賃金で雇用できれば利潤が増えるので雇うインセンティブはある．しかし，w^* より低い賃金は NSC を満たさないので shirking が生じる．有効労働がゼロになるので，雇う意味がない．点 E の左側では，労働の限界生産力が NSC の最低水準を上回っているので，どの企業も労働者を雇おうとする．したがって均衡 E は安定的である．

4　おわりに

Appendix

[(4) 式の導出]

次の微分係数の定義を用いる．

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

(i) $f(t) = e^{-bt}$ とする．

$$f'(0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(t) - f(0)}{t - 0} = \lim_{t \to 0} \frac{e^{-bt} - 1}{t}$$

ここで，$f'(t) = -be^{-bt}$ より，$f'(0) = -b$．したがって，

$$\lim_{t \to 0} \frac{1 - e^{-bt}}{t} = -f'(0) = b$$

(ii) $f(t) = e^{-(r+b)t} V_E(t)$ とする．

$$f'(0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(t) - f(0)}{t - 0} = \lim_{t \to 0} \frac{e^{-(r+b)t} V_E(t) - V_E(0)}{t}$$

ここで，$f'(t) = e^{-(r+b)t} \left[-(r+b) V_E(t) + V_E'(t) \right]$ より，$f'(0) = -(r+b)V_E(0) + V_E'(0)$．$V_E'(0) = 0$ を仮定する．雇用されていることの価値が時間に関して定常的であることを意味する．このとき，

$$\lim_{t \to 0} \frac{V_E(0) - e^{-(r+b)t} V_E(t)}{t} = -f'(0) = (r+b)V_E(0)$$

を得る．

(i) の結果を (3) 式の右辺に，(ii) の結果を左辺に代入すると，(4) 式が得られる．

[(13) 式の導出]

微分係数の定義を用いると，

$$\lim_{t \to 0} \frac{1 - e^{-at}}{t} = a$$

また，$f(t) = e^{bt} N_E(t)$ として微分係数の定義を用いると，

$$f'(0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(t) - f(0)}{t - 0} = \lim_{t \to 0} \frac{e^{bt} N_E(t) - N_E(0)}{t}$$

ここで，$f'(t) = e^{bt} \left[bN_E(t) + N_E'(t) \right]$．$N_E'(0) = 0$ を仮定すると，$f'(0) = bN_E(0)$．したがって，

$$\lim_{t \to 0} \frac{N_E(t) - e^{-bt} N_E(0)}{t} = \lim_{t \to 0} e^{-bt} \times \frac{e^{bt} N_E(t) - N_E(0)}{t} = bN_E(0)$$

これらの結果を用いると (13) 式が得られる．

参考文献

[1] Shapiro C, Stiglitz JE (1984) Equilibrium unemployment as a worker discipline device. *American Economic Review* 74, 433-444.