

# 高等教育への最適な公的支出

宮澤和俊\*

## 1 Introduction

高等教育への支出を誰が負担するのかは国によって大きく異なる。Figure 1 は、高等教育における私的支出と公的支出を図示したものである。ヨコ軸は私的支出対 GDP 比、タテ軸は公的支出対 GDP 比を表す (OECD, 2018)。45 度線の上の領域は相対的に公教育のシェアが大きいことを意味する。ヨーロッパ諸国はこの領域に属している。高等教育における公教育のシェアの大きさは、原点と各国の点を結んだ線分の傾きで測ることができる。公教育のシェアがもっとも小さいのは日本である。オーストラリア、アメリカ、韓国も公教育のシェアが低いことが分かる。また、公教育と私教育の合計は、傾きがマイナス 1 である等高線を引くことで比較できる。対 GDP でみて総額がもっとも大きいのはアメリカであり、カナダ、ノルウェー、オーストラリアと続く。

[Figure 1 here]

本稿の目的は、各国の高等教育における公的支出が過大なのか過少なのかを検証することである。Figure 1 のデータだけを用いて分析できるのが本稿の特徴である。

2 節では、世代重複モデル (Diamond, 1965) を用いて、高等教育における最適な公的支出を導出する。3 節では実証分析をおこなう。最初に、各国の選好パラメータを推計する、次に、人的資本形成における高等教育の効率性を推計する。最後に、理論上の最適な公的支出水準を導出し、現実の支出水準と比較する。最後の節はまとめである。

## 2 理論分析

本節では 2 期間の世代重複モデルを用いて、高等教育における最適な公教育水準を導出する。毎期新しい世代が経済に現れる。各世代の人口は同じであり、1 に基準化する。個人は労働期と引退期の 2 期間を生きる。個人は第 1 期の労働期に 1 単位の労働を供給し、可処分所得を消費、貯蓄、そして子どもへの教育に配分する。子への教育は利他的動機にもとづくものと仮定する。第 2 期の引退期では資本所得を消費して一生を終える。遺産は残さないと仮定する。

子どもの人的資本  $h_{t+1}$  は、親の人的資本  $h_t$  および高等教育水準に依存すると仮定する。本稿では、次のように特定化する。

$$h_{t+1} = B (E_t + be_t)^\theta (h_t)^\varepsilon \quad (1)$$

$E_t$  は 1 人あたり公教育支出、 $e_t$  は 1 人あたり私教育支出を表す。 $b > 0$  は私教育の相対的な優位性を表す定数である。 $0 < \theta < 1$  は人的資本形成における高等教育の効率性を表す定数、 $0 \leq \varepsilon \leq 1 - \theta$  は親の人的資本の影響を表す定数、 $B > 0$  は全要素生産性を表す定数である<sup>1</sup>。

\*Faculty of Economics, Doshisha University, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

<sup>1</sup> $\varepsilon = 1 - \theta$  のとき、成長率は内生的に決定される。 $\varepsilon < 1 - \theta$  のときは長期成長率はゼロである。

## 2.1 家計

$t$  期に生まれた世代を世代  $t$  と呼ぶ。世代  $t$  の個人の労働期，引退期の予算制約式はそれぞれ，

$$(1 - \tau_t)w_t h_t = c_{1t} + e_t + s_t \quad (2)$$

$$R_{t+1}s_t = c_{2t+1} \quad (3)$$

で表される。下付きの  $t$  は期を表す。  $c_{1t}, c_{2t+1}$  はそれぞれ，労働期の消費，引退期の消費を表す。  $e_t$  は子どもへの教育支出，  $s_t$  は貯蓄を表す。  $w_t$  は効率単位で測った賃金率，  $R_{t+1}$  は粗利率を表す。  $h_t$  は世代  $t$  の人的資本を表す。1 単位の労働時間が，効率単位で測ると  $h_t$  だけ供給できることを意味する。  $0 \leq \tau_t < 1$  は， $t$  期の高等教育への公的支出をまかなうための税率を表す。

個人は自分の消費だけでなく，子どもへの教育費の大きさから効用を得ると仮定する<sup>2</sup>。効用関数を，

$$u_t = U(c_{1t}, c_{2t+1}, e_t) = \ln c_{1t} + \phi \ln e_t + \rho \ln c_{2t+1} \quad (4)$$

と特定化する。  $0 < \rho < 1$  は私的割引要素，  $\phi > 0$  は利他の大きさを表す定数である。

個人は，(2), (3) 式の予算制約のもとで，(4) 式の効用が最大になるように消費，貯蓄，教育支出を決める。消費配分，教育支出は次式で与えられる。

$$c_{1t} = \frac{1}{1 + \rho + \phi} (1 - \tau_t) w_t h_t \quad (5)$$

$$c_{2t+1} = \frac{\rho}{1 + \rho + \phi} (1 - \tau_t) w_t h_t R_{t+1} \quad (6)$$

$$e_t = \frac{\phi}{1 + \rho + \phi} (1 - \tau_t) w_t h_t \quad (7)$$

貯蓄関数は，

$$s_t = \frac{\rho}{1 + \rho + \phi} (1 - \tau_t) w_t h_t \quad (8)$$

である。

## 2.2 企業

競争的な企業が労働と資本を用いて財を生産する。生産関数を，

$$y_t = F(k_t, h_t) = A k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad (9)$$

と特定化する。  $y_t$  は産出，  $k_t$  は物的資本の投入量，  $h_t$  は有効労働（人的資本）の投入量を表す。  $0 < \alpha < 1$  は資本分配率，  $A > 0$  は全要素生産性を表す定数である。

要素市場が完全競争的であるとすると，要素価格は限界生産力に一致する。

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{h_t} \quad (10)$$

$$R_t = \alpha \frac{y_t}{k_t} \quad (11)$$

## 2.3 政府，市場均衡

政府の予算制約式は次式で与えられる。

$$E_t = \tau_t w_t h_t \quad (12)$$

<sup>2</sup>Joy-of-giving altruism という。

資本市場の均衡条件は,

$$k_{t+1} = s_t \quad (13)$$

である.

財市場の均衡条件

$$y_t = c_{1t} + c_{2t} + e_t + E_t + k_{t+1}$$

は他の式から導出できる<sup>3</sup>.

## 2.4 最適政策

本節では高等教育への公的支出の最適水準を導出する. (1) 式より, 私教育の効率性  $b$  が十分に大きいときは公的支出はおこなわないのが望ましいと予想される. 本稿では,  $b$  の値に上限を設定する.

$$b < 1 + \frac{1 + \rho}{\phi} \quad (14)$$

物的資本と人的資本の比率を,  $x_t = k_t/h_t$  とおく.  $x_t$  について次の命題が成立する.

**命題 1**  $t + 1$  期の資本比率  $x_{t+1}$  は次式で与えられる.

$$x_{t+1} = \Gamma(\tau_t) x_t^{\alpha(1-\theta)} h_t^{1-\theta-\varepsilon} \quad (15)$$

ただし,

$$\Gamma(\tau_t) = \frac{\rho[(1-\alpha)A]^{1-\theta}(1-\tau_t)}{B(1+\rho+\phi)^{1-\theta}[(1+\rho+\phi)\tau_t + b\phi(1-\tau_t)]^\theta} \quad (16)$$

である. (14) 式の仮定のもとで  $\Gamma'(\tau_t) < 0$  が成り立つ.

**証明.** (8), (10) 式を (13) 式に代入すると,  $t + 1$  期の物的資本は,

$$k_{t+1} = \frac{\rho}{1+\rho+\phi}(1-\tau_t)(1-\alpha)y_t$$

で与えられる.

他方, (7), (10), (12) 式より, 高等教育の教育効果は,

$$E_t + be_t = (1-\alpha)y_t \left[ \tau_t + \frac{b\phi}{1+\rho+\phi}(1-\tau_t) \right]$$

で与えられる.

この式を (1) 式に代入すると,  $t + 1$  期の人的資本が得られる.

$$h_{t+1} = B[(1-\alpha)y_t]^\theta \left[ \tau_t + \frac{b\phi}{1+\rho+\phi}(1-\tau_t) \right]^\theta (h_t)^\varepsilon$$

<sup>3</sup>ワルラス法則という. 実際, 右辺を変形すると,

$$\begin{aligned} & c_{1t} + c_{2t} + e_t + E_t + k_{t+1} \\ &= (1-\tau_t)w_t h_t - s_t + R_t s_{t-1} + E_t + k_{t+1} \\ &= w_t h_t + R_t k_t \\ &= y_t \end{aligned}$$

が成り立つ.

最後に、 $k_{t+1}$  の式を  $h_{t+1}$  の式で割る。  $y_t/h_t = (1-\alpha)Ax_t^\alpha$  を用いると、

$$x_{t+1} = \frac{\rho(1-\tau_t)[(1-\alpha)A]^{1-\theta}}{B(1+\rho+\phi)^{1-\theta}[(1+\rho+\phi)\tau_t + b\phi(1-\tau_t)]^\theta} x_t^{\alpha(1-\theta)} h_t^{1-\theta-\varepsilon}$$

が得られる。分子は  $\tau_t$  の減少関数、分母は  $\tau_t$  の増加関数なので、 $\Gamma'(\tau_t) < 0$  である。□

高等教育への公的支出は、物的資本と人的資本の2つの資本に対して正反対の効果を持つ。税率  $\tau_t$  が引き上げられると世代  $t$  の可処分所得が減る。したがって貯蓄が減り、物的資本蓄積が抑えられる。他方、人的資本に対しては異なる2つの影響を与える。第1に、可処分所得の減少により子への教育支出が減る。これにより人的資本蓄積が抑えられる。第2に、集めた税金は高等教育への支出に向けられるため人的資本蓄積が促される。ネットの効果は一般的には不明であるが、(14)式の仮定のもとでは公教育のプラスの効果が私教育へのマイナス効果を上回るため、人的資本蓄積が促される。その結果、次期の資本比率  $x_{t+1}$  が低下する。賃金率  $w_{t+1}$  は低下し、利子率  $R_{t+1}$  は上昇する。

$t$  期の政策は、世代  $t$  の厚生に2つのルートで影響を与える。第1に、税負担が増えると可処分所得が減り厚生を悪化させる。第2に、引退期の利子率が上昇することで資本所得が増え厚生を改善する。税率が低いときは利子率効果が税負担効果を上回るため、高等教育への公的支出を増やすのが望ましい。逆に税率が高いときは、税負担効果が利子率効果を上回るため、公的支出を減らすのが望ましい。

なお、 $t$  期には引退期の世代  $t-1$  が存在する。彼らの引退期の消費水準は、 $c_{2t} = R_t s_{t-1} = R_t k_t = \alpha y_t$  で与えられる。したがって、 $t$  期の政策が、 $t$  期の状態変数  $k_t, h_t$  に影響しないと仮定すると、 $t$  期の政策は世代  $t-1$  の厚生に対して中立的である<sup>4</sup>。

厚生効果は次の命題に要約される。

**命題 2** 世代  $t$  の厚生を最大にする税率は、

$$\tau_t^* = \frac{\rho(1-\alpha)[1+\rho+(1-b)\phi]\theta - (1+\rho\alpha+\phi)b\phi}{[1+\rho+(1-b)\phi][1+\rho\alpha+\phi+\rho(1-\alpha)\theta]} \quad (17)$$

である。 $\tau_t^*$  は  $\theta$  の増加関数であり、 $b, \phi$  の減少関数である。

**証明.** Appendix 参照。□

$t$  期の政府の目的関数は、

$$V_t(\tau_t) = (1+\rho+\phi)\ln(1-\tau_t) + \rho\ln R_{t+1}$$

で与えられる。第1項が税負担効果を、第2項が利子率効果を表す。 $t+1$ 期の利子率は  $R_{t+1} = \alpha Ax_{t+1}^{\alpha-1}$  であり、資本比率  $x_{t+1}$  は(15)式で与えられる。 $\tau_t$ が増加すると、(16)式の  $\Gamma(\tau_t)$ が減少し、資本比率  $x_{t+1}$ が低下する。その結果、利子率  $R_{t+1}$ が上昇する。

$\theta$ が大きいとは、増税による人的資本の引き上げ効果が大きいことを意味する。したがって、資本比率の大幅な引下げを通して利子率を上昇させる。限界便益が大きい分、最適税率は高くなる。

$b$ が大きいとは、高等教育において公的支出よりも私的支出の方が効率的であることを意味する。したがって、税率を下げ、私教育を増やすのが社会的に望ましい。

$\phi$ が大きいとは、個人が私教育を重視することを意味する。したがって、税率を下げ私教育を増やすのが社会的に望ましい。

<sup>4</sup>このロジックは、労働供給が一定であるという仮定に依存している。個人が労働と余暇の選択をするケースを考えよう。税率が上昇すると、実質賃金率が低下する。これは、余暇の機会費用が低下することを意味する。つまり、余暇が増え、労働供給が減る。物的資本は固定されているので、物的資本一有効労働比率が上昇し、有効労働あたりの賃金率が上昇し、利子率が低下する。賃金率の上昇は、世代  $t$  に対して追加的な便益を与える。他方、利子率の低下は、世代  $t-1$  に対して追加的な損失を与える。

### 3 実証分析

#### 3.1 仮定

本節では、Figure 1 のデータを用いて、理論モデルで用いたパラメータの値を推計する。推計にあたり以下の仮定を置く。

- 仮定 1. 資本分配率  $\alpha$  は各国で共通。  $\alpha = 0.3$  とする。
- 仮定 2. 高等教育の効率性  $\theta$  は各国で共通。
- 仮定 3. 私教育の相対的優位性  $b$  は各国で共通。
- 仮定 4. 時間選好率は各国で共通。私的割引要素を  $\rho = 0.742$  とする<sup>5</sup>。
- 仮定 5. 利他の大きさ  $\phi$  は国によって異なる。
- 仮定 6. 各国の政府は、(17) 式の税率を選択している。

仮定 1~3 は、(全要素生産性を除けば) 各国の技術は同じであることを意味する。仮定 4 は妥当。仮定 5 が本稿の特徴である。高等教育における公私の支出配分の違いを、利他の大きさを説明することを意味する。仮定 6 は、強い仮定かもしれないが、慈善的な政府が採用する政策である、あるいは政党間の政策競争のもとで達成される均衡政策であるという意味で正当化されよう。

データから推計する変数は、 $\theta$  と  $\phi_i$  である ( $i$  は国を表す)。私教育の相対的な優位性については、 $b = 1$  をベンチマークとし、後で 1 以外のケースを調べる。

#### 3.2 子どもの教育への利他 $\phi$

私教育支出対 GDP を  $\sigma_E$ 、公教育支出対 GDP を  $\sigma_G$  と表記する。(7), (12) 式より、

$$\sigma_E \equiv \frac{e_t}{y_t} = \frac{\phi(1-\alpha)}{1+\rho+\phi}(1-\tau_t) \quad (18)$$

$$\sigma_G \equiv \frac{E_t}{y_t} = \tau_t(1-\alpha) \quad (19)$$

を得る。

税率  $\tau_t$  を消去し整理すると、利他の大きさ  $\phi$  は次式で与えられる。

$$\phi = \frac{(1+\rho)\sigma_E}{1-\alpha-\sigma_E-\sigma_G} \quad (20)$$

$\phi$  は、私的支出  $\sigma_E$ 、公的支出  $\sigma_G$  の増加関数である。子どもの教育への利他と私的支出の正の相関は自明である。 $\sigma_G$  と  $\phi$  の正の相関は次のように説明できる。 $\sigma_G$  が増えたとする。政府予算制約式が成立するように税率が上昇する ((19) 式)。税率が上がると可処分所得が減り、私教育支出  $\sigma_E$  が減る ((18) 式)。いま、 $\sigma_E$  が一定であると仮定する。(18) 式が成立するためには  $\phi$  の値が大きくなければならない。つまり、 $\sigma_G$  と  $\phi$  の間には正の相関がある。

[Table 1 here]

<sup>5</sup>時間選好率を年 1% とする。1 期 30 年と仮定すると、私的割引要素は、

$$\rho = 1.01^{-30} = 0.742$$

となる。

Table 1 の第 1 列は各国の私教育支出対 GDP  $\sigma_E$ , 第 2 列は公教育支出対 GDP  $\sigma_G$  を表す. Figure 1 はこのデータにもとづいている. 第 3 列は, 各国の (20) 式の値を表している. 利他パラメータがもっとも大きいのはアメリカである. もっとも小さいのはルクセンブルクである. 直観的には, Figure 1 の右上に位置する国は利他が大きく, 原点に近い国は利他が小さいことを意味する.

### 3.3 高等教育の効率性 $\theta$

本節では, 人的資本形成における高等教育の効率性を表すパラメータ  $\theta$  を推計する. (17) 式より,  $i$  国の政府は,

$$\tau_i = \frac{\rho(1-\alpha)[1+\rho+(1-b)\phi_i]\theta - (1+\rho\alpha+\phi_i)b\phi_i}{[1+\rho+(1-b)\phi_i][1+\rho\alpha+\phi_i+\rho(1-\alpha)\theta]}$$

を満たす税率を選択している. この式から,  $\theta$  の 1 次方程式が得られる.

$$\tau_i + \frac{b\phi_i}{1+\rho+(1-b)\phi_i} = \frac{\rho(1-\alpha)(1-\tau_i)}{1+\rho\alpha+\phi_i} \times \theta$$

$\tau_i = \sigma_{Gi}/(1-\alpha)$  を用いると,

$$\psi_i = z_i \times \theta \quad (21)$$

と変形できる. ただし,

$$\psi_i = \frac{\sigma_{Gi}}{1-\alpha} + \frac{b\phi_i}{1+\rho+(1-b)\phi_i} \quad (22)$$

$$z_i = \frac{\rho(1-\alpha-\sigma_{Gi})}{1+\rho\alpha+\phi_i} \quad (23)$$

である.

$(\psi_i, z_i)$  のデータを用いて, (21) 式を満たす  $\theta$  を推計する. 具体的には, 切片ゼロの制約のもとで回帰分析をする.

Table 1 の第 4 列は (22) 式の  $\psi_i$  の値を表し, 第 5 列は (23) 式の  $z_i$  を表す ( $b = 1$  を仮定している).

[Figure 2 here]

[Table 2 here]

Figure 2 は,  $(\psi_i, z_i)$  の散布図である. 日本の近くにある右上がりの線分は近似曲線である. 傾きが 0.0482 であることから, 推計値は  $\hat{\theta} = 0.0482$  である. Table 2 は, 回帰分析の結果である.  $t$  値は 15.2 であり, 統計的に有意であることが分かる.

### 3.4 高等教育への最適な公的支出

前節で得られた各国の利他の大きさ  $\phi_i$  と高等教育の効率性  $\hat{\theta} = 0.0482$  を用いて, 各国の最適な公的支出を求める. 利用するのは, (17) 式から得られる次式である.

$$\sigma_{Gi}^* = \frac{(1-\alpha) \left\{ \rho(1-\alpha)[1+\rho+(1-b)\phi_i]\hat{\theta} - (1+\rho\alpha+\phi_i)b\phi_i \right\}}{[1+\rho+(1-b)\phi_i] \left[ 1+\rho\alpha+\phi_i+\rho(1-\alpha)\hat{\theta} \right]} \quad (24)$$

[Figure 3 here]

Table 1 の第 6 列は、 $b = 1$  のときの (24) 式の値を表す。Figure 3 は、実際の公的支出と理論上の最適支出を図示したものである。バツ印が Table 1 の第 2 列の現実の公的支出を表し、白丸が第 6 列の理論上の最適支出を表している。日本の現実の公的支出は GDP の 0.44%、理論上の最適支出は 0.45% である。日本の高等教育への公的支出は、ほぼ最適な水準であることが分かる。アメリカの公的支出がマイナスである理由は、高等教育の効率性が低く見積もられているからである。Table 1 の第 4 列、第 5 列の値を用いると、アメリカの高等教育の効率性は、 $\theta_{27} = \psi_{27}/z_{27} = 0.0910$  である。本稿では、 $\theta$  の値は各国共通であると仮定し、 $\hat{\theta} = 0.0482$  を用いている。したがって、アメリカの理論上の最適公的支出は小さくなる。

本節では、 $b = 1$  を仮定した。高等教育において私教育と公教育は等価であることを意味する。仮に専門的な知識の習得に関して公教育に優位性があるとすると、本節の結果は公教育を過少評価している可能性がある。次節では、高等教育において公教育が私教育よりも効果的であるケースを分析する ( $b < 1$ )。

### 3.5 私教育の効率性 $b$

本節では、公教育の効率性が私教育の 2 倍であると仮定したときの最適公的支出を導出する ( $b = 0.5$ )。

(20) 式は  $b$  を含まないので、各国の利他パラメータ  $\phi_i$  の値はベンチマークと同じである。(22) 式は  $b$  を含むので、 $\psi_i$  の値を再計算する。 $\psi_i$  は  $b$  の増加関数なので、ベンチマークと比較して  $\psi_i$  の値は小さくなる。(23) 式は  $b$  を含まないので、 $z_i$  の値は変わらない。したがって、各国の高等教育の効率性  $\theta_i = \psi_i/z_i$  の値は小さくなる。分析の結果、 $\hat{\theta} = 0.0401$  が得られた。最後に、(24) 式に  $(\phi_i, \hat{\theta})$  の値を代入して各国の理論上の最適公的支出を求める。

[Figure 4 here]

Figure 4 は、現実の公的支出と  $b = 0.5$  のときの理論上の最適支出を図示したものである。国の順位は Figure 3 と同じである。日本の最適公的支出は 0.68% である。本節のケースでは、日本は現在の水準よりも 50% ほど公的支出を増やすのが望ましいことが分かる。

## 4 Concluding remarks

本稿では、高等教育における最適公的支出を導出し、先進国の現実の公的支出が過大なのか過少なのかを検証した。公教育と私教育が等価であるケースでは、日本の公的支出はほぼ最適水準であることが示された。しかし、高等教育における公教育が私教育よりも効果的である場合には、現在の水準よりも 50% ほど公的支出を増やすのが望ましいことが示された。

[Table 3 here]

[Figure 5 here]

本稿のモデルは、高等教育における公的支出と私的支出のデータのみを用いて分析しているため、いくつか改善の余地がある。1つの懸念は貯蓄率である。(8), (10), (12), (13) 式より、マクロの貯蓄率は、

$$\frac{k_{t+1}}{y_t} = \frac{\rho(1-\alpha-\sigma_G)}{1+\rho+\phi} \quad (25)$$

で与えられる。Table 3 の第 1 列は現実の貯蓄率を、第 4 列は (25) 式を用いた理論上の貯蓄率を示している。Figure 5 は、現実の貯蓄率と理論上の貯蓄率を図示したものである。理論と実証が整合的であるとすると、45 度線上に点が並ぶはずである。しかし図を見ると、貯蓄率の理論値の変動幅が極めて小さいことが分かる。つまり、利他  $\phi$  と公的支出  $\sigma_G$  の異質性だけでは各国の貯蓄率の違いを説明することができない。

モデルの拡張として、次の 2 点を挙げておく。1つは現在バイアスである (Wilkinson and Klaes, 2012)。個人の貯蓄性向の違いは、行動経済学で用いられる現在バイアスを用いて説明できるかもしれない。もう 1つは年金制度である。年金制度が不十分であるという理由で、個人は貯蓄を増やしているのかもしれない。こうした点は将来の研究課題である。

## Appendix

[命題 2 の証明]

$t$  期の政府は、 $t$  期の状態変数  $k_t, h_t$  を所与として、世代  $t$  の厚生を最大にする税率を選択する。(5), (6), (7) 式を (4) 式に代入し、(10) 式を用いると、間接効用関数は、

$$V_t(\tau_t) = \ln \left[ \frac{(1-\tau_t)(1-\alpha)y_t}{1+\rho+\phi} \right] + \phi \ln \left[ \frac{\phi(1-\tau_t)(1-\alpha)y_t}{1+\rho+\phi} \right] + \rho \ln \left[ \frac{\rho(1-\tau_t)(1-\alpha)y_t R_{t+1}}{1+\rho+\phi} \right]$$

で与えられる。 $y_t$  は所与であることに注意して定数項を省略すると、政府の目的関数は、

$$V_t(\tau_t) = (1+\rho+\phi) \ln(1-\tau_t) + \rho \ln R_{t+1}$$

で与えられる。第 1 項が税負担効果を表し、第 2 項が利子率効果を表す。

(11), (15) 式より、利子率は、

$$R_{t+1} = \alpha A x_{t+1}^{\alpha-1} = \alpha A \Gamma(\tau_t)^{\alpha-1} x_t^{\alpha(\alpha-1)(1-\theta)} h_t^{(\alpha-1)(1-\theta-\varepsilon)}$$

で与えられる。ただし、 $\Gamma(\tau_t)$  は (16) 式で与えられる。利子率の式を政府の目的関数に代入し、定数項を省略すると、

$$\begin{aligned} V_t(\tau_t) &= (1+\rho+\phi) \ln(1-\tau_t) - \rho(1-\alpha) \ln \Gamma(\tau_t) \\ &= (1+\rho\alpha+\phi) \ln(1-\tau_t) + \rho(1-\alpha)\theta \ln[(1+\rho+\phi)\tau_t + b\phi(1-\tau_t)] \end{aligned}$$

と変形できる。

$\tau_t$  で微分すると、

$$V_t'(\tau_t) = -\frac{1+\rho\alpha+\phi}{1-\tau_t} + \frac{\rho(1-\alpha)[1+\rho+(1-b)\phi]\theta}{[1+\rho+(1-b)\phi]\tau_t + b\phi}$$

を得る。 $V_t''(\tau_t) < 0$  なので、内点解を仮定すると、最適税率は、 $V_t'(\tau_t) = 0$  で与えられる：

$$\rho(1-\alpha)[1+\rho+(1-b)\phi]\theta(1-\tau_t) - (1+\rho\alpha+\phi)\{[1+\rho+(1-b)\phi]\tau_t + b\phi\} = 0$$

この式から (17) 式が得られる。



(17) 式は,

$$\tau_t^* = \frac{1}{1 + \rho\alpha + \phi + \rho(1 - \alpha)\theta} \left[ \rho(1 - \alpha)\theta - \frac{(1 + \rho\alpha + \phi)b\phi}{1 + \rho + (1 - b)\phi} \right] \quad (\text{A1})$$

と変形できる. 明らかに,  $\tau_t^*$  は  $\theta$  の増加関数であり,  $b$  の減少関数である.

(A1) 式のかぎカッコの第 2 項を,

$$g(\phi) = \frac{(1 + \rho\alpha + \phi)b\phi}{1 + \rho + (1 - b)\phi}$$

とおく. (14) 式より, 分母は正である.  $\phi$  で微分すると,

$$\begin{aligned} g'(\phi) &= \frac{b\{(1 + \rho\alpha + 2\phi)[1 + \rho + (1 - b)\phi] - (1 + \rho\alpha + \phi)\phi(1 - b)\}}{[1 + \rho + (1 - b)\phi]^2} \\ &= \frac{b[(1 + \rho\alpha)(1 + \rho) + 2(1 + \rho)\phi + (1 - b)\phi^2]}{[1 + \rho + (1 - b)\phi]^2} \end{aligned}$$

を得る.

(i)  $b \leq 1$  のとき. 明らかに  $g'(\phi) > 0$ .

(ii)  $b > 1$  のとき. 分子は,  $\phi$  に関して上に凸の放物線を描く. 切片は正であり, 軸は,  $\phi = (1 + \rho)/(b - 1) \equiv \tilde{\phi} > 0$  である. (14) 式より,  $\phi$  のとり得る範囲は  $\phi < \tilde{\phi}$  である. したがって, この範囲で,  $g'(\phi) > 0$  が成り立つ.

(i), (ii) より, すべての  $b$  に対して,  $g'(\phi) > 0$  が成り立つ.

$\phi$  が増えると, (A1) 式の係数部分が小さくなり, かぎカッコの値が小さくなる. したがって,  $\tau_t^* > 0$  の範囲で,  $\tau_t^*$  は  $\phi$  の減少関数である. [Q.E.D.]

## 参考文献

- Diamond PA. (1965) National debt in a Neoclassical growth model. *American Economic Review*. 55, 1126-1150.
- Organization for Economic Cooperation and Development. *OECD Data*.  
<https://data.oecd.org/> Accessed 11 December, 2021.
- *Penn World Table 10.0*.  
<https://www.rug.nl/ggdc/productivity/pwt/> Accessed 11 December, 2021.
- Wilkinson N, Klaes M. (2012) *An introduction to behavioral economics* 2nd Edition, Palgrave Macmillan, USA.

Table 1. Data and Estimated values

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	Private education	Public education	Altruism	Estimation of $\theta$		Public education
	% of GDP	% of GDP	Estimated			Estimated
	$\sigma E$	$\sigma G$	$\phi_i$	$\psi_i$	$z_i$	
1 AUS	1.23%	0.65%	0.031	0.0274	0.4103	0.13%
2 AUT	0.18%	1.55%	0.005	0.0248	0.4138	1.22%
3 BEL	0.20%	1.27%	0.005	0.0210	0.4154	1.20%
4 CAN	1.11%	1.22%	0.029	0.0338	0.4079	0.25%
5 CZE	0.21%	0.91%	0.005	0.0160	0.4175	1.19%
6 DEU	0.18%	1.04%	0.005	0.0175	0.4170	1.22%
7 ESP	0.43%	0.82%	0.011	0.0179	0.4162	0.97%
8 EST	0.28%	1.12%	0.007	0.0202	0.4156	1.11%
9 FIN	0.06%	1.40%	0.001	0.0208	0.4159	1.34%
10 FRA	0.32%	1.12%	0.008	0.0207	0.4153	1.08%
11 HUN	0.33%	0.72%	0.008	0.0151	0.4176	1.07%
12 IRL	0.24%	0.60%	0.006	0.0120	0.4191	1.16%
13 ISR	0.66%	0.75%	0.017	0.0203	0.4146	0.73%
14 ITA	0.32%	0.56%	0.008	0.0127	0.4186	1.07%
15 JPN	0.94%	0.44%	0.024	0.0200	0.4141	0.44%
16 KOR	0.94%	0.62%	0.024	0.0227	0.4129	0.43%
17 LTU	0.30%	0.71%	0.008	0.0146	0.4179	1.09%
18 LUX	0.02%	0.37%	0.001	0.0057	0.4224	1.38%
19 MEX	0.61%	0.82%	0.015	0.0205	0.4146	0.78%
20 NLD	0.48%	1.14%	0.012	0.0233	0.4138	0.91%
21 NOR	0.12%	1.81%	0.003	0.0277	0.4128	1.28%
22 NZL	0.80%	0.91%	0.020	0.0247	0.4124	0.58%
23 POL	0.24%	0.94%	0.006	0.0170	0.4170	1.16%
24 SVK	0.27%	0.63%	0.007	0.0130	0.4187	1.13%
25 SVN	0.11%	0.87%	0.003	0.0141	0.4186	1.29%
26 SWE	0.18%	1.31%	0.005	0.0214	0.4153	1.22%
27 USA	1.62%	0.90%	0.042	0.0369	0.4055	-0.29%
	0.46%	0.93%	0.012			0.93%

Source: OECD Data

Note. (4) and (6) are calculated under the assumption  $b=1$

Table 2. OLS

被説明変数  $\psi_i$ 

回帰統計	
重相関 R	0.948201705
重決定 R2	0.899086473
補正 R2	0.860624935
標準誤差	0.006829448
観測数	27

分散分析表

	自由度	変動	分散	観測された分散比	有意 F
回帰	1	0.010804301	0.010804301	231.6463316	3.77333E-14
残差	26	0.001212675	4.66414E-05		
合計	27	0.012016976			

	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%
切片	0	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
$z_i$	0.048175777	0.003165308	15.21993205	1.83229E-14	0.041669393	0.054682162

Table 3. Saving rate

	(1)	(2)	(3)	(4)
	Saving rate	Public education	Altruism	Saving rate
	% of GDP	% of GDP	Estimated	Estimated
		$\sigma G$	$\phi_i$	
1 AUS	21.8%	0.90%	0.031	28.91%
2 AUT	31.8%	0.65%	0.005	29.46%
3 BEL	36.8%	1.22%	0.005	29.21%
4 CAN	23.8%	0.62%	0.029	29.07%
5 CZE	29.7%	0.44%	0.005	29.54%
6 DEU	23.2%	0.91%	0.005	29.35%
7 ESP	26.9%	0.75%	0.011	29.31%
8 EST	30.1%	0.82%	0.007	29.35%
9 FIN	28.6%	1.14%	0.001	29.31%
10 FRA	27.4%	0.82%	0.008	29.33%
11 HUN	28.9%	0.72%	0.008	29.37%
12 IRL	37.3%	0.56%	0.006	29.48%
13 ISR	26.6%	1.12%	0.017	29.06%
14 ITA	25.8%	0.71%	0.008	29.37%
15 JPN	24.6%	1.12%	0.024	28.94%
16 KOR	34.5%	0.63%	0.024	29.15%
17 LTU	20.4%	0.60%	0.008	29.43%
18 LUX	30.3%	0.94%	0.001	29.40%
19 MEX	19.6%	0.91%	0.015	29.17%
20 NLD	26.0%	1.27%	0.012	29.07%
21 NOR	27.1%	1.55%	0.003	29.10%
22 NZL	23.0%	1.04%	0.020	29.04%
23 POL	19.5%	1.31%	0.006	29.16%
24 SVK	28.6%	1.81%	0.007	28.93%
25 SVN	28.6%	0.87%	0.003	29.40%
26 SWE	30.6%	1.40%	0.005	29.14%
27 USA	22.4%	0.37%	0.042	28.96%
	27.18%	0.93%	1.17%	29.22%

Source: Penn World Table 10.0

Figure 1. Private and public expenditure on higher education

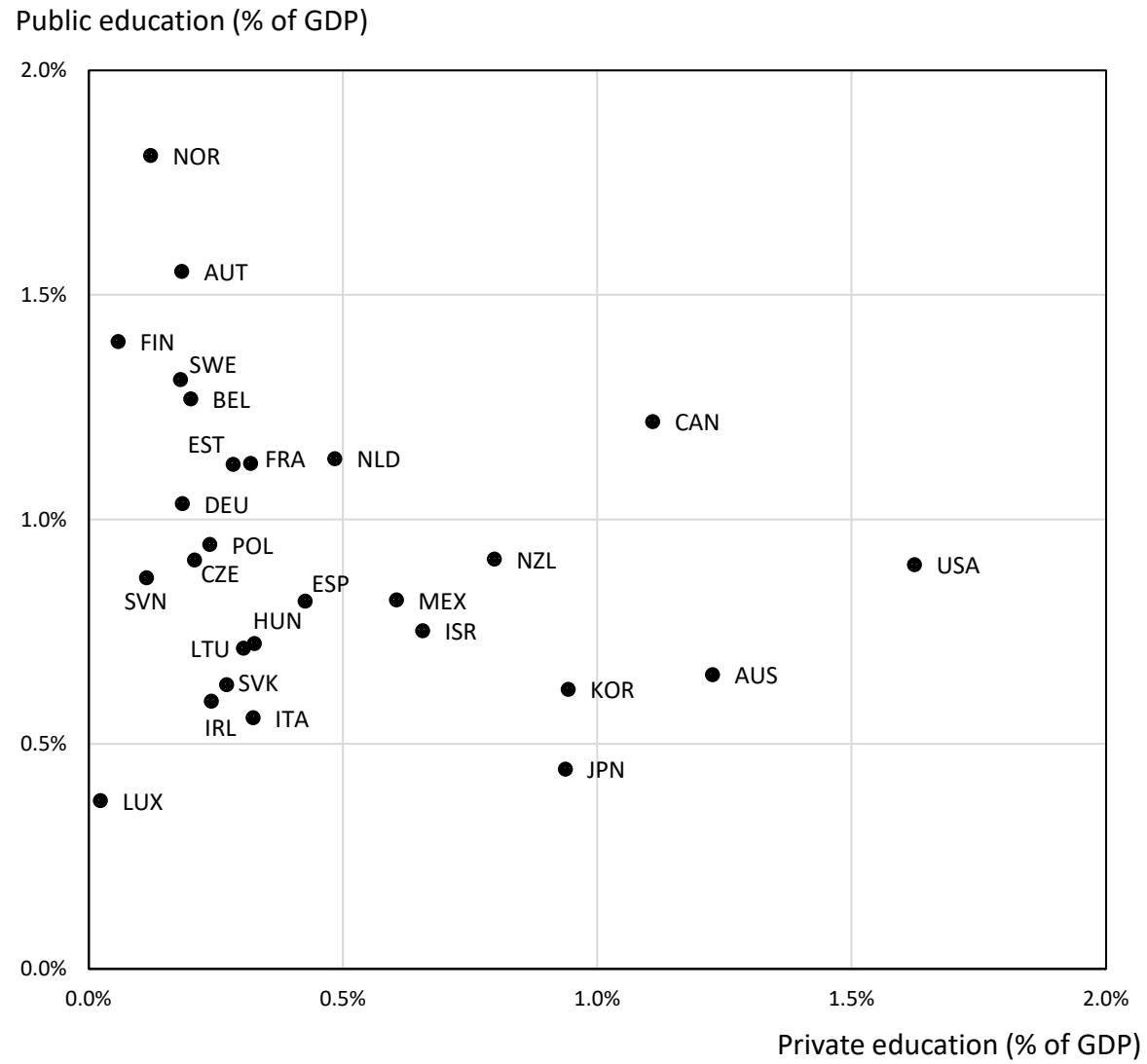


Figure 2. Estimation of  $\theta$

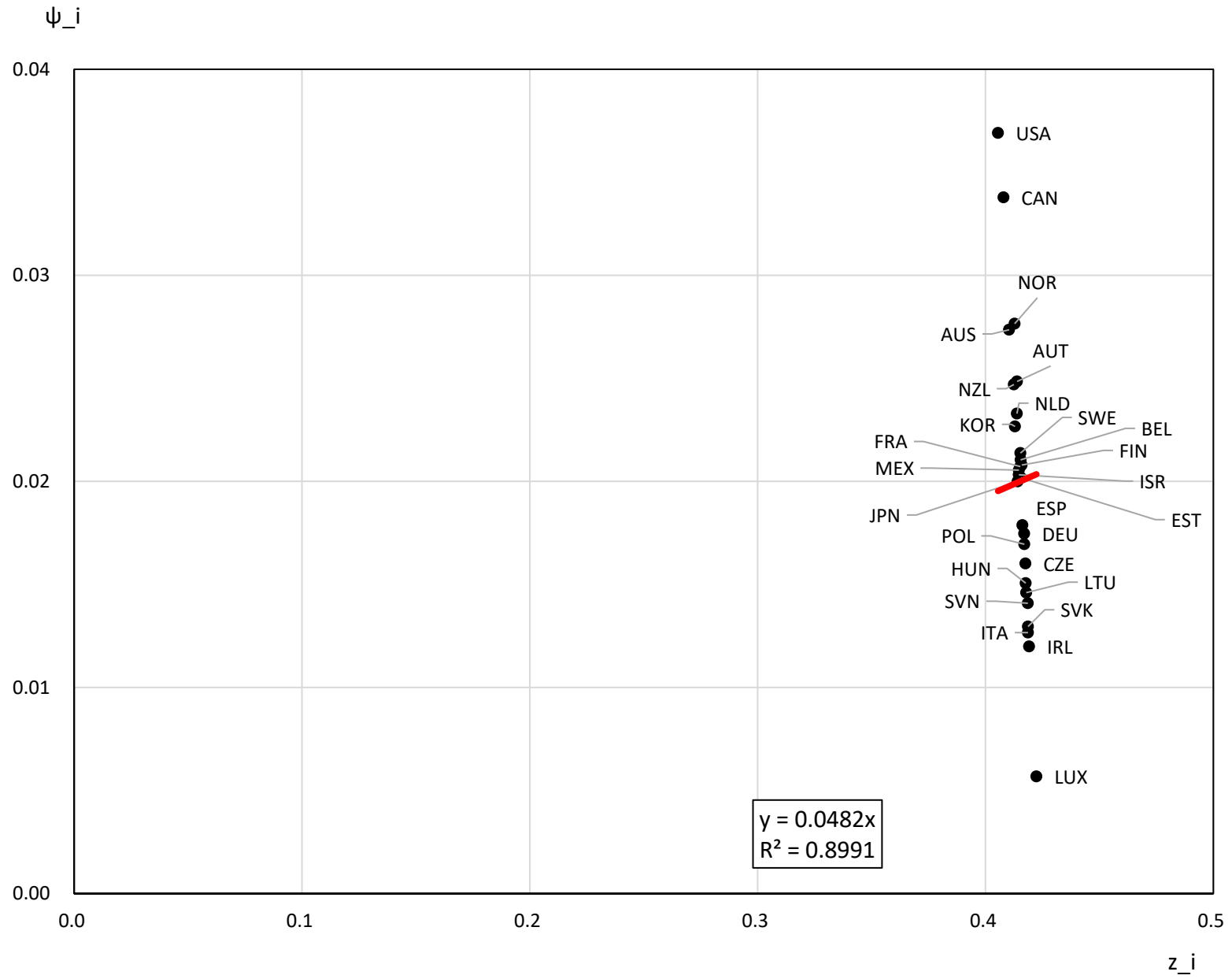


Figure 3. Public expenditure on higher education (b=1)

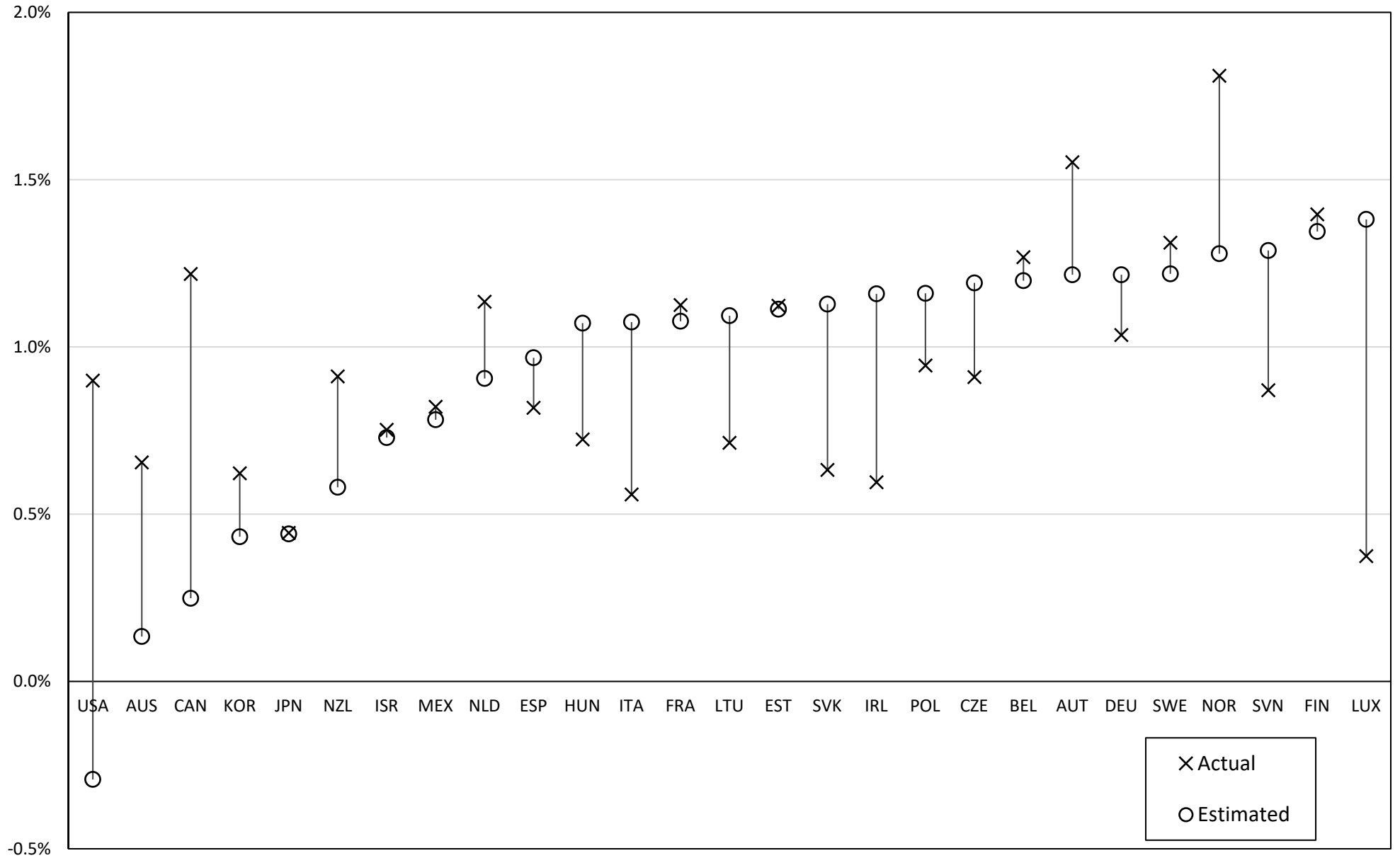


Figure 4. Public expenditure on higher education (b=0.5)

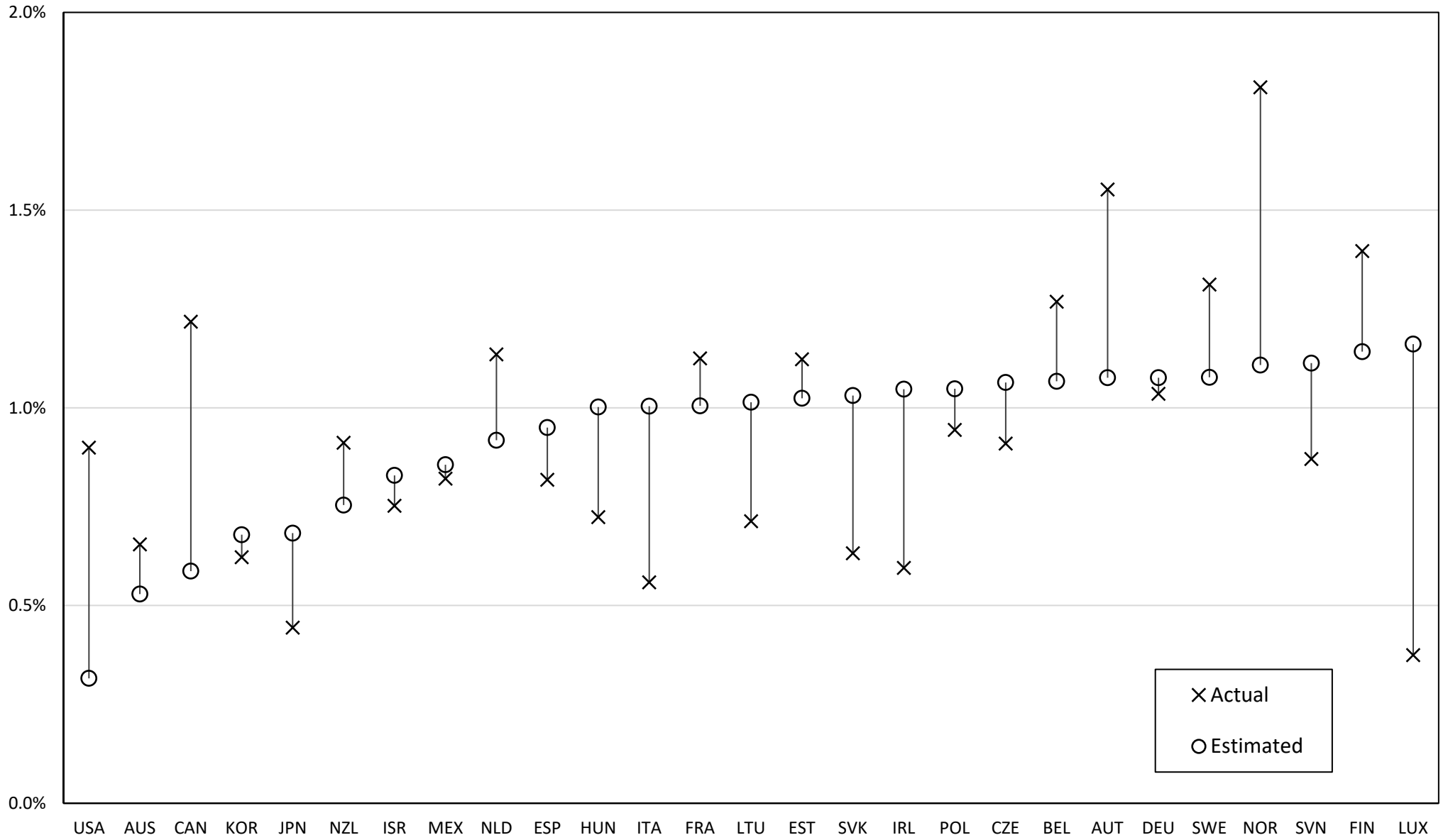




Figure 5. Saving rate (real, estimated)

