最適な公務員数

宮澤和俊*

1 Introduction

本稿では，公務員の最適水準を導出する．次節ではモデルを導入する．2.1 節では社会的最適を求める．2.2 節では分権化経済を分析する．2.3 節では，政府が税を集め公務員の給料をまかなうときの最適政策を分析する．最後の節はまとめである．

2 Model

2.1 社会的最適

個人の効用関数を，

$$u = \ln c + \alpha \ln z \tag{1}$$

とする．c は財の消費量，z は公共サービスの水準を表す．$\alpha > 0$ は公共サービスへの選好の大きさを表す．

財，公共サービスの生産関数をそれぞれ，

$$\begin{aligned} c &= f(l_1) \\ z &= g(l_2) \end{aligned} \tag{2}$$

とする．l_1 は財生産部門（民間部門）の雇用，l_2 は公共サービス生産部門（公共部門）の雇用を表す．公務員数とは l_2 のことである．

労働に関する資源制約を，

$$l_1 + l_2 = 1 \tag{3}$$

とする．

(2) 式の技術制約と (3) 式の資源制約のもとで，(1) 式が最大となる労働配分を社会的最適と定義する．

$$\max_{l_1,\, l_2} u = \ln f(l_1) + \alpha \ln g(l_2) \quad \text{subject to} \quad l_1 + l_2 = 1$$

最適化条件は，

$$\frac{f'(l_1)}{f(l_1)} = \alpha \frac{g'(l_2)}{g(l_2)} \tag{4}$$

である．(4) 式の左辺は，民間部門に労働を 1 単位追加するときの財の限界効用を表す．右辺は，公共部門に労働を 1 単位追加するときの公共サービスの限界効用を表す．したがって，公共部門から民間部門に労働を 1 単位移動したとすると，左辺は労働再配分の限界便益を表し，右辺は限界費用を表す．(4) 式は，限界便益と限界費用が一致する水準で労働を配分するのが望ましいことを意味している．

(3), (4) 式より最適な労働配分が決まる．陽表的には解けないので，生産関数を特定化する．

$$\begin{aligned} f(l_1) &= A l_1^{\beta} \\ g(l_2) &= B l_2^{\gamma} \end{aligned} \tag{5}$$

ただし，$0 < \beta \le 1$，$0 < \gamma \le 1$，$A > 0$，$B > 0$ は定数である．

*Faculty of Economics, Doshisha Univeristy, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

(5) 式の関数形のもとで，

$$\frac{l_1}{c}\frac{dc}{dl_1}=\beta$$
$$\frac{l_2}{z}\frac{dz}{dl_2}=\gamma$$

が成り立つ．民間部門の雇用を 1% 増やすと，財の生産量が β% 増える．公共部門の雇用を 1% 増やすと，公共サービスが γ% 増える．(5) 式の指数 β, γ は，投入要素の生産弾力性を意味する．以下では，β を民間部門の労働生産性，γ を公共部門の労働生産性と呼ぶことにする．

(5) 式を用いると，(4) 式は次のように変形できる．

$$\frac{\beta}{l_1}=\frac{\gamma\alpha}{l_2}$$

この式と (3) 式より，最適な労働配分を得る．

$$\begin{cases} l_1^*=\frac{\beta}{\beta+\gamma\alpha} \\ l_2^*=\frac{\gamma\alpha}{\beta+\gamma\alpha} \end{cases} \tag{6}$$

最適な公務員数 l_2^* が大きくなるのは，(i) 公共サービスへの選好 α が大きいとき，(ii) 公共部門の労働生産性 γ が高いとき，そして，(iii) 民間部門の労働生産性 β が低いときである．(i) は妥当な結果．景気が悪いと公務員志望が増える．景気が民間部門の生産性とリンクしているとすると，(iii) の結果はある程度説得力がある（ただし，公務員志望が増えたとき採用が増えるかどうかは別の問題である）．(ii) の結果は，扱うデータによっては直観に反するかもしれない．公務員の仕事量が一定であると仮定しよう．公務員数が増えると，1 人あたり仕事量が減少する．つまり，公務員の労働生産性が低下する．労働者千人あたりの公務員数といったデータを使って公務員の生産性を測ろうとすると，見かけ上，公務員数と生産性の間には負の相関があり，(ii) の結果とは整合的ではない．その理由は，公務員の仕事量は一定なのかどうかに依存する．本稿のモデルは，公共サービスをより効率的に供給できるのであれば，公務員数を増やして公共サービスの水準を引き上げた方が良いというロジックにもとづいている．

2.2 分権化経済

本節では分権化経済を分析する．次の 2 つの仮定をおく．

1. 民間部門の企業（私企業）は利潤最大化行動をとる．利潤は配当として個人に分配される．

2. 公共部門の企業（公企業）は，民間と同じ賃金率で公務員を雇用する．公共サービスの価格は，利潤がゼロとなるように設定する．

仮定 1 は標準的．仮定 2 は，人事院勧告や独立採算制の原則を反映している．私企業は限界費用価格原理 (marginal cost pricing) にしたがうが，公企業は平均費用価格原理 (average cost pricing) を採用しているため，通常の市場経済の分析とは若干異なる．ミクロ経済学の初歩的な理論によると，平均費用曲線は下に凸の曲線であり，限界費用曲線は平均費用曲線の頂点を通過する．平均費用曲線の上の領域で限界費用曲線は供給曲線に一致する．つまり，経済学的に意味のある領域では，平均費用曲線は限界費用曲線よりも下にある．したがって，均衡における生産量が同じだとすると，公企業が供給するときの公共サービスの価格は私企業が供給するときの価格よりも低くなる．消費者の目線では，公企業による供給の方が割安なので，公共サービスの需要が増え，公共部門の雇用が増える．その結果，分権化経済における公務員数は，社会的最適よりも過大になると予想される．以下では，モデルを用いてこの点を説明する．

個人は，1 単位の労働を民間部門あるいは公共部門に供給する．賃金率 w はどちらの部門でも同じなので，労働所得は w である．配当所得を π，公共サービスの価格を p とすると，個人の最適化問題は次のように定式化される．

$$\max_{c,\,z}\ u=\ln c+\alpha\ln z \quad \text{subject to} \quad w+\pi=c+pz \tag{7}$$

最適化条件は，

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{c} &= \lambda \\ \tfrac{\alpha}{z} &= \lambda p\end{aligned} \tag{8}$$

である．$\lambda > 0$ はラグランジュ乗数を表す．(7), (8) 式より，財と公共サービスの需要関数が得られる．

$$\begin{aligned}c &= \tfrac{w+\pi}{1+\alpha} \\ z &= \tfrac{\alpha}{1+\alpha}\tfrac{w+\pi}{p}\end{aligned} \tag{9}$$

私企業の最適化問題は次のように定式化される．

$$\max_{l_1} \pi = f(l_1) - wl_1 \tag{10}$$

l_1 は民間部門の雇用，π は利潤を表す．最適化条件は，

$$f'(l_1) = w \tag{11}$$

である．(11) 式より，民間部門の労働需要 $l_1(w)$ が得られる．これを (10) 式に代入すると，利潤関数 $\pi = f(l_1(w)) - wl_1(w) = \pi(w)$ が得られる．

公共部門の雇用を l_2 とすると，公企業の利潤は次式で与えられる．

$$\pi_g = pz - wl_2 = pg(l_2) - wl_2$$

利潤ゼロ条件を用いると（$\pi_g = 0$），公共サービスの価格は，

$$p = \frac{wl_2}{g(l_2)} \tag{12}$$

で与えられる．分子が費用，分母が生産量なので，平均費用の水準で価格を設定することを意味している．

労働市場の均衡条件は，

$$l_1 + l_2 = 1 \tag{13}$$

であり，財市場の均衡条件は，

$$f(l_1) = c \tag{14}$$

である．ワルラス法則より，(14) 式は他の式から導出できる[1]．

均衡賃金率を求めよう．(11) 式より民間部門の労働需要 $l_1(w)$ は w の減少関数である．他方，(9), (12) 式より，公共サービスの需要と供給が一致するための条件は，

$$wl_2 = \frac{\alpha}{1+\alpha}(w+\pi) \tag{15}$$

である．この式から公共部門の労働需要 $l_2(w)$ が得られる．利潤関数 $\pi(w)$ が減少関数であることから，$l_2(w)$ は w の減少関数である[2]．

最後に，ヨコ軸を労働，タテ軸を賃金率とする平面上に (13) 式のグラフを書く．左辺の労働需要曲線は右下がり．右辺の労働供給曲線は垂直線．したがって，交点は 1 つ．交点で均衡賃金率が決まる．

---

[1] (7), (10), (12), (13) 式より，

$$\begin{aligned}c &= w + \pi - pz \\ &= w + f(l_1) - wl_1 - wl_2 \\ &= f(l_1)\end{aligned}$$

[2] 利潤関数を w で微分する．(11) 式を用いると，

$$\pi'(w) = f'(l_1)l_1'(w) - l_1(w) - wl_1'(w) = -l_1(w) < 0$$

を得る．

(5) 式の関数を用いて，労働配分を導出しよう．(11) 式より，$w = \beta A l_1^{\beta-1}$．利潤は，

$$\pi = A l_1^{\beta} - w l_1 = (1-\beta) A l_1^{\beta} = \frac{1-\beta}{\beta} w l_1$$

である．(13) 式を (15) 式に代入すると，l_1 の方程式が得られる．

$$w(1-l_1) = \frac{\alpha}{1+\alpha}\left(w + \frac{1-\beta}{\beta} w l_1\right)$$

この式を整理すると，分権化経済での労働配分が得られる．

$$\begin{cases} \hat{l}_1 = \frac{\beta}{\beta+\alpha} \\ \hat{l}_2 = \frac{\alpha}{\beta+\alpha} \end{cases} \tag{16}$$

均衡賃金率は，$\hat{w} = \beta A(\hat{l}_1)^{\beta-1}$ である．

(16) 式と (6) 式を比較しよう．$\gamma \leq 1$ であることから，$l_2^* \leq \hat{l}_2$ が成り立つ．つまり，分権化経済における公務員数は，社会的最適よりも過剰になる．

本節のモデルの特徴は，公企業の効率性 γ が労働配分 (16) 式に反映されない点にある．効率性 γ は，(12) 式の公共サービス価格には影響するが，公共サービスの需給均衡条件 (15) 式には影響しないため，均衡賃金や労働配分に反映されない．その理由は，先に述べた公企業の平均費用価格原理である．公企業は公共サービスの価格を低めに設定するため，結果として公務員数が過剰になる．次節では，モデルに政府を導入し，労働配分の非効率性が改善できるのかどうかを検証する．

2.3 最適政策

本節ではモデルに政府を導入し，最適政策を分析する．政府は家計から税を徴収し，公務員の給料をまかなうと仮定する．

効用関数および家計の予算制約式は次式で与えられる．

$$u = \ln c + \alpha \ln z \tag{17}$$

$$w + \pi - T = c \tag{18}$$

c は財消費，z は公共サービスを表す．w は賃金所得，π は配当である．T は税を表す．本節のモデルでは公共サービスの水準は政府が決めるので，個人の意思決定は考えない．

私企業は，利潤が最大となるように雇用 l_1 を決める．

$$\max_{l_1} \pi = f(l_1) - w l_1 \tag{19}$$

最適化条件は，

$$f'(l_1) = w \tag{20}$$

である．

公企業の利潤は，

$$\pi_g = pz - w l_2 = p g(l_2) - w l_2$$

で与えられる．利潤ゼロ条件より，公共サービスの価格は，

$$p = \frac{w l_2}{g(l_2)}$$

である．

政府の予算制約式は，

$$T = w l_2 \tag{21}$$

で与えられる．(21) 式は，公務員の給料を税で賄うことを意味している．

労働市場，財市場の均衡条件はそれぞれ，

$$l_1 + l_2 = 1 \tag{22}$$

$$f(l_1) = c \tag{23}$$

である．(23) 式は，(18), (19), (21), (22) 式から導出できる．

(20), (21), (22) 式を用いて，均衡の性質を整理しよう．(20) 式より，民間部門の雇用 l_1 は w の減少関数．(21) 式より，T を所与とすると，公共部門の雇用 l_2 も w の減少関数．したがって，(22) 式の左辺の労働需要曲線は右下がりである．右辺の労働供給曲線は垂直なので，交点は 1 つ．交点で均衡賃金率 w^* が決まる．

次に，税 T が増加したケースを考える．民間部門の労働需要は不変．公共部門の労働需要は右にシフトする．したがって，(22) 式の左辺が右にシフトする．右辺は不変．したがって，交点が上に移動し，均衡賃金率 w^* が上昇する．その結果，民間部門の雇用 l_1^* が減少し，公共部門の雇用 l_2^* が増加する．

以上の結果を数式を用いて表現する．T を所与とすると，3 つの変数 w, l_1, l_2 について (20), (21), (22) 式の 3 本の方程式があるので解ける．解は T の関数になる：$w^* = w(T), l_1^* = l_1(T), l_2^* = l_2(T)$.

(20), (21), (22) 式を全微分する．

$$\begin{cases} f''(l_1^*)dl_1^* = dw^* \\ dT = w^* dl_2^* + l_2^* dw^* \\ dl_1^* + dl_2^* = 0 \end{cases}$$

これを解くと，次式が得られる．

$$\begin{cases} \frac{dw^*}{dT} = \frac{-f''(l_1^*)}{w^* - l_2^* f''(l_1^*)} > 0 \\ \frac{dl_1^*}{dT} = -\frac{1}{w^* - l_2^* f''(l_1^*)} < 0 \\ \frac{dl_2^*}{dT} = \frac{1}{w^* - l_2^* f''(l_1^*)} > 0 \end{cases} \tag{24}$$

(24) 式を用いて最適政策を求めよう．均衡での財の消費量は，$c^* = f(l_1^*(T))$ であり，公共サービスの水準は，$z^* = g(l_2^*(T))$ である．したがって，政府の最適化問題は次のように定式化される．

$$\max_T V(T) = \ln f(l_1^*(T)) + \alpha \ln g(l_2^*(T))$$

T で微分し，(24) 式を代入する．

$$\begin{aligned} V'(T) &= \frac{f'(.)}{f(.)} \frac{dl_1^*}{dT} + \alpha \frac{g'(.)}{g(.)} \frac{dl_2^*}{dT} \\ &= \frac{1}{w^* - l_2^* f''(l_1^*)} \left[-\frac{f'(.)}{f(.)} + \alpha \frac{g'(.)}{g(.)} \right] \end{aligned}$$

したがって，最適化条件は，

$$\frac{f'(.)}{f(.)} = \alpha \frac{g'(.)}{g(.)}$$

である．

さらに，(5) 式の関数を用いると，

$$\frac{\beta}{l_1^*} = \frac{\gamma\alpha}{l_2^*}$$

を得る．この式と (22) 式から，最適な労働配分が得られる．

$$\begin{cases} l_1^* = \frac{\beta}{\beta + \gamma\alpha} \\ l_2^* = \frac{\gamma\alpha}{\beta + \gamma\alpha} \end{cases} \tag{25}$$

(25) 式は (6) 式に一致する．したがって，最適政策のもとで，最適な公務員数が達成される．

最後に，付加価値ベースでの公共部門の最適サイズを求めよう．財の生産量を $y = Al_1^\beta$ とおくと，民間部門の労働所得は $wl_1 = \beta y$，配当所得は $\pi = (1-\beta)y$ である．(25) 式を用いると，賃金率は,

$$w = (\beta + \gamma\alpha)y$$

である．したがって，最適政策の水準は,

$$T = wl_2 = \gamma\alpha y \tag{26}$$

である．

次に，経済全体の付加価値を Y とおくと,

$$Y = y + pz = y + wl_2 = (1 + \gamma\alpha)y$$

が成り立つ．したがって，公共部門の最適サイズは,

$$\frac{T}{Y} = \frac{\gamma\alpha}{1 + \gamma\alpha} \tag{26}$$

である．最適サイズは，個人の公共サービスへの選好の大きさ α と公共部門の労働生産性 γ で決まる．たとえば，$\alpha = 0.3$，$\gamma = 0.8$ とすると，最適サイズは，$0.3 \times 0.8/(1 + 0.3 \times 0.8) = 0.19$ である．

3 Conclusion

本稿では，2 部門モデルを用いて最適な公務員数を分析した．社会的に最適な公務員数は，(i) 個人の公共サービスへの選好，(ii) 民間部門の労働生産性，(iii) 公共部門の労働生産性で決まることが示された．次に，分権化経済において最適な公務員数が達成できるかどうかを検証した．公共部門が独立採算制の原則にしたがうとき，均衡における公務員数は過大になることが示された．その理由は，平均費用曲線が限界費用曲線の下にあるという技術的性質のためである．最後に，政府が税を徴収し，公務員の給料をまかなうときの最適政策を分析した．政府は，民間部門の最適化行動を読み込んで政策を実施する．その結果，社会的に最適な公務員数が達成できることが示された．また，付加価値ベースでの公共部門の最適サイズを導出した．最適サイズは，(i) 個人の公共サービスへの選好，(ii) 公共部門の労働生産性で決まることが示された．

本稿の分析結果の特徴の 1 つは，公務員の生産性と公務員数の間には正の相関があるということである．人口千人あたりの公務員数といったデータを用いて，公務員数が少ないほど 1 人あたり生産性が高いといった議論は危険である．国際比較では，日本の公務員数は少ないというデータがある（財務省 2022, 44 ページ）．各国の国民の公共サービスへの選好が同じだとすると，このデータは日本の公務員の生産性が低いことを物語っているのではないだろうか.

財務省 (2022)「日本の財政関係資料」令和 4 年 4 月．
https://www.mof.go.jp/policy/budget/fiscal_condition/related_data/202204.html