「公共経済学」（西森・小川）3 章の補足　2017/11/1

一般均衡の世界へようこそ！

2 個人 $i = 1, 2$，2 財 X, Y の経済を考える．

仮定

(1) 各個人は 1 単位の労働を供給する．総労働供給は 2.

(2) 総利潤のうち定数 θ の割合を個人 1 が配当として受け取る $(0 \leqq \theta \leqq 1)$．個人 2 の割合は $(1-\theta)$.

(3) 労働は産業間を自由に移動できる．各産業の賃金率は一致する（$w_x = w_y = w$）.

1. 方程式の数と変数の数

家計の予算制約式

$$m_1 = p_x x_1 + p_y y_1 \tag{1}$$

$$m_2 = p_x x_2 + p_y y_2 \tag{2}$$

家計の最適化条件

$$MRS_1 = \frac{p_x}{p_y} \tag{3}$$

$$MRS_2 = \frac{p_x}{p_y} \tag{4}$$

生産関数

$$x = x(l_x) \tag{5}$$

$$y = y(l_y) \tag{6}$$

利潤（配当）

$$\pi_x = p_x x - w l_x \tag{7}$$

$$\pi_y = p_y y - w l_y \tag{8}$$

企業の最適化条件

$$x'(l_x) = \frac{w}{p_x} \tag{9}$$

$$y'(l_y) = \frac{w}{p_y} \tag{10}$$

財市場の均衡条件

$$x = x_1 + x_2 \tag{11}$$

$$y = y_1 + y_2 \tag{12}$$

労働市場の均衡条件

$$2 = l_x + l_y \tag{13}$$

所得の定義式

$$m_1 = w \cdot 1 + \theta(\pi_x + \pi_y) \tag{14}$$

$$m_2 = w \cdot 1 + (1-\theta)(\pi_x + \pi_y) \tag{15}$$

方程式は 15 本ある．変数は全部で 15 コ．数は合っている．頑張って 15 元連立方程式を解こう！

財 X の量	x_1, x_2, x
財 Y の量	y_1, y_2, y
労働	l_x, l_y
生産物価格	p_x, p_y
賃金率	w
利潤	π_x, π_y
所得	m_1, m_2

2. ワルラス法則
独立な方程式は 14 本しかありません．解けません．

（証明）まず，(1) 式と (2) 式の辺々を加える．(11), (12), (14), (15) 式を用いると，

$$2w + \pi_x + \pi_y = p_x x + p_y y \tag{16}$$

が得られる．

次に，(7), (8) 式の辺々を加えると，

$$\pi_x + \pi_y = p_x x + p_y y - w(l_x + l_y) \tag{17}$$

が得られる．

(16), (17) 式から，

$$l_x + l_y = 2$$

が成り立つ．つまり，(13) 式は (1), (2), (7), (8), (11), (12), (14), (15) 式から導くことのできる方程式であり，独立ではない．QED.

3. 市場均衡は存在する．

(1), (2), (7), (8), (14), (15) 式の両辺を w で割る．変数は 14 個．

財 X の量	x_1, x_2, x
財 Y の量	y_1, y_2, y
労働	l_x, l_y
相対価格	$\frac{p_x}{w}, \frac{p_y}{w}$
相対利潤	$\frac{\pi_x}{w}, \frac{\pi_y}{w}$
相対所得	$\frac{m_1}{w}, \frac{m_2}{w}$

独立な方程式が 14 本あるので，これなら解ける．価格水準は決まらない．賃金 w に対する相対価格だけが決まる世界だったのでした．めでたし，めでたし．