経営効率化は失業率を上げるのか
－最適な努力と均衡失業－

宮澤和俊*

1　はじめに

効率賃金モデルを用いて，経営効率化が従業員のやる気や経済全体の失業率にどのような影響を与えるのかを分析する．労働の限界生産力を引き上げることを経営効率化と定義した場合，経営効率化により賃金が上がり，従業員のやる気が向上し，経済全体の失業率が低下することが示される．

2.1 節では効率賃金モデルを紹介する．2.2 節では従業員の努力関数を導出する．モデルの構造は，経営者をリーダー，労働者をフォロワーとする逐次手番ゲームである．2.3 節では失業の価値（留保効用）と失業率がどのようなメカニズムで決まるのかを説明する．最後の節はまとめである．

2　モデル

2.1　効率賃金モデル

本節では，Yellen (1984) を参考にして，効率賃金 (efficiency wage) のモデルを紹介する．労働を人数や時間だけでなく，個々の労働者のやる気や努力 (effort) を考慮している点が特徴である．Shapiro and Stiglitz (1984) では，努力する／努力しないの 2 択を仮定していた．本稿では，労働者が任意の努力水準を決められると仮定する．

企業の利潤最大化問題を次式で定式化する．

$$\max_{L,\,w} \pi = f(e(w)L) - wL \tag{1}$$

L は雇用者数，w は賃金を表す．$e(w)$ は労働者 1 人あたりの努力を表しており，賃金 w に関して右上がりかつ上に凸であるとする（$e' > 0,\ e'' < 0$）．また，賃金が一定以下だと $e = 0$ になるとする[1]．個々の努力は合算できると仮定すると，労働者の総努力は $e(w)L$ になる．$f(.)$ は生産関数を表しており，限界生産力は正かつ逓減的であるとする（$f' > 0,\ f'' < 0$）．

利潤最大化の 1 階の条件は，

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = f' \times e - w = 0 \tag{2}$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial w} = f' \times e'L - L = 0 \tag{3}$$

である．(2), (3) 式から最適な雇用 L^* と賃金 w^* が求められる．

(2), (3) 式を整理すると，w の方程式が得られる．

$$\frac{w}{e(w)} e'(w) = 1 \tag{4}$$

*Faculty of Economics, Doshisha Univeristy, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

[1] 詳細は 2.2 節で説明する．

(4) 式の左辺は努力の賃金弾力性を表す．賃金が 1% 増えるとき，努力が 1% 増えるような水準で賃金を設定するのが最適であることを意味している．ソロー条件という (Solow 1979).

(4) 式は,

$$e'(w) = \frac{e(w)}{w} \tag{4'}$$

と変形できる．左辺は限界努力を表し，右辺は平均努力を表す.

図 1. 努力関数 $e = e(w)$ のグラフと効率賃金 w^*

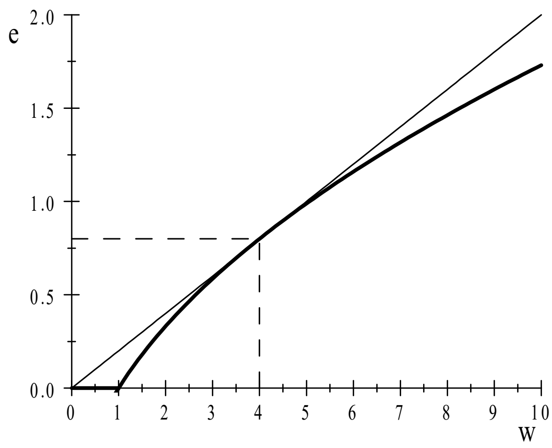


図 1 は，(4') 式を図示したものである．右上がりの太い曲線は努力関数 $e = e(w)$ のグラフを表す．限界努力 $e'(w)$ の大きさは，曲線上の各点の接線の傾きで表される．平均努力 $e(w)/w$ は，曲線上の各点と原点を結んだ線分の傾きで表される．したがって，(4') 式が成立する賃金 w^* とは，原点を通る半直線が曲線と接するときの接点の w 座標のことである．この図では $w^* = 4$ である.

企業の設定する賃金の水準は努力関数 $e(w)$ の形状に依存する．しかし，生産関数 $f(.)$ には依存しない．生産関数の形状が影響するのは雇用である．(2) 式より,

$$f'(e(w^*)L)e(w^*) = w^* \tag{5}$$

が成り立つ．ただし，w^* は (4) 式で与えられる.

企業は賃金をコントロールすることで，最適な努力 $e^* = e(w^*)$ を引き出すことができる．企業の次の問題は，何人雇用するかである．(5) 式の左辺は，努力水準が e^* である労働者を 1 人追加するときの追加的な生産量，つまり限界便益を表している．右辺は追加的な労働者への賃金支払い，つまり限界費用を表している．(5) 式は，限界便益と限界費用が一致する水準で雇用 L を決めることを意味している.

たとえば，生産関数を,

$$f(x) = 2Ax - x^2 \quad 0 \le x \le A$$

と特定化しよう．限界生産力は，$f'(x) = 2(A - x)$ である．(5) 式より,

$$2(A - e^*L)e^* = w^*$$

となる．ヨコ軸を L としてグラフを書くと，左辺は右下がり，右辺は水平線なので 1 点で交わる．図 1 のケースでは（$w^* = 4, e^* = 0.8$），$L^* = 5(2A - 5)/8$ となる．労働人口が L^* よりも大きい場合，失業が発生する.

2.2 努力関数

前節では努力関数 $e = e(w)$ を用いて効率賃金モデルを説明した．ただし，努力関数がどのようなメカニズムで導出されるのかは説明していない．本節では，Goerke (1998) を参考にして努力関数のミクロ的基礎を説明する．

個人は 1 単位の労働を供給する見返りとして賃金 w を受け取る．個人は，労働時間のうち e 単位だけ真面目に働き，残りの $(1-e)$ 単位はサボるとする (shirking)．サボる理由は，真面目に働くのが辛いからである．ただし，あまりサボり過ぎると解雇される．個人の効用関数を，

$$u = \begin{cases} v(w) - e & \text{雇用されているとき} \\ \bar{u} & \text{解雇されたとき} \end{cases} \tag{6}$$

とする．$v(.)$ は所得から得られる効用を表す．限界効用は正かつ逓減的であるとする（$v' > 0, v'' < 0$）．努力の限界不効用は 1 で一定であるとする．$\bar{u}$ は解雇されたときに他の雇用機会から得られるであろう効用を表す．留保効用 (reservation utility) という．

解雇される確率を p とする．簡単化のため，p は shirking time $1-e$ に比例すると仮定する．

$$p = p(e) = s(1-e) \tag{7}$$

ここで，$s > 0$ は企業のモニタリングの強度を表すパラメータである．

個人の期待効用最大化問題は次のように定式化される．

$$\max_{0 \le e \le 1} EU = [1 - p(e)][v(w) - e] + p(e)\bar{u} \tag{8}$$

真面目に働く時間を増やすと解雇される確率は下がる．しかし，努力の不効用は大きくなる．個人は，解雇されないという便益と不効用という費用を勘案して努力水準を決定する．

(7) 式を (8) 式に代入すると，期待効用は e の 2 次関数になる．

$$EU = [1 - s(1-e)][v(w) - e] + s(1-e)\bar{u}$$

2 次の係数は $-s < 0$ であり，1 次の係数は，$-(1-s) + sv(w) - s\bar{u}$ である．したがって，放物線の軸は，

$$e = \frac{1}{2s}\left[-(1-s) + sv(w) - s\bar{u}\right] = \frac{1}{2}\left[v(w) + 1 - \frac{1}{s} - \bar{u}\right] \equiv e(w) \tag{9}$$

で与えられる．軸の位置で場合分けすると，(8) 式の解は次のようになる．

$$e^* = \begin{cases} 0 & & e(w) \le 0 \\ e(w) & \text{if} & 0 \le e(w) \le 1 \\ 1 & & 1 \le e(w) \end{cases} \tag{10}$$

(10) 式は，賃金 w と最適な努力水準 e^* の関係を表している．これが前節で用いた努力関数である．

(9) 式より，

$$e'(w) = \frac{1}{2}v'(w) > 0$$
$$e''(w) = \frac{1}{2}v''(w) < 0$$

が成り立つ．したがって，内点解のケースでは，努力関数のグラフは右上がりかつ上に凸である．e^* は s の増加関数，$\bar{u}$ の減少関数である．企業がモニタリングを強化するとサボりを理由に解雇される確率が高くなるので努力水準が高くなる．留保効用が高いときは解雇されるコストが小さいので，努力水準が低くなる．

以下，簡単化のため $s = 1$ とする．内点解を仮定すると，(9) 式より，努力関数は，

$$e(w) = \frac{1}{2}\left[v(w) - \bar{u}\right]$$

となる．(4) 式あるいは (4') 式のソロー条件より，

$$wv'(w) = v(w) - \bar{u} \tag{11}$$

を得る．この式から，均衡賃金

$$w^* = w(\bar{u}) \tag{12}$$

が得られる．均衡賃金 w^* は，留保効用 $\bar{u}$ の関数である．(12) 式を (11) 式に代入して，$\bar{u}$ で微分すると，

$$\begin{gathered} v'\frac{dw^*}{d\bar{u}} + wv''\frac{dw^*}{d\bar{u}} = v'\frac{dw^*}{d\bar{u}} - 1 \\ \Rightarrow \frac{dw^*}{d\bar{u}} = -\frac{1}{wv''} > 0 \end{gathered}$$

が成り立つ．留保効用が大きいほど均衡賃金は高くなる．

均衡賃金 $w^* = w(\bar{u})$ での努力水準は，

$$e^* = \frac{1}{2}\left[v(w(\bar{u})) - \bar{u}\right] = e(\bar{u}) \tag{13}$$

で与えられる．e^* は留保効用 $\bar{u}$ の関数である．(13) 式を $\bar{u}$ で微分すると，

$$\frac{de^*}{d\bar{u}} = \frac{1}{2}\left(v'\frac{dw^*}{d\bar{u}} - 1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)$$

を得る．ただし，$\varepsilon > 0$ は，均衡賃金 w^* での限界効用の賃金弾力性を表す．

$$\varepsilon = -\frac{w^* v''(w^*)}{v'(w^*)}$$

賃金が増えると限界効用が低下する．賃金が 1% 増えたとき，限界効用が ε% 低下することを意味している．たとえば，$\varepsilon < 1$ とすると，上の式より，$de^*/d\bar{u} > 0$ が成り立つ．弾力性が小さいとは，限界効用の低下が少ないことを意味する．したがって，$\bar{u}$ が高くなるとき，賃金上昇によるインセンティブ効果（(13) 式の第 1 項）が，サボりが見つかったら他で働ければいいやという阻害効果（第 2 項）よりも大きく，努力水準が上昇する．

最後に，(5) 式から雇用水準が得られる．

$$f'\left(e^* L\right) = \frac{w^*}{e^*} \tag{5}$$

$w^* = w(\bar{u})$, $e^* = e(\bar{u})$ より，(5) 式で決まる雇用も留保効用の関数になる．

$$L^* = L(\bar{u}) \tag{14}$$

例として，

$$v(w) = \sqrt{w}$$

としよう．限界効用の弾力性は，$\varepsilon = 1/2$ である．まず，(11) 式から，$w^* = (2\bar{u})^2$ を得る．このとき，$v(w^*) = 2\bar{u}$，$e^* = \bar{u}/2$ となる．(5) 式に注目する．$\bar{u}$ が高くなると，右辺の w^*/e^* が大きくなる．したがって，総努力の需要 e^*L が減る．個々の e^* は増えるので，雇用 L^* はさらに減る．つまり，$L'(\bar{u}) < 0$ となることが分かる．

2.3 留保効用

2.2 節では，留保効用 $\bar{u}$ を所与として努力関数 $e = e(w)$ を導出した．背後には労働者の最適化問題がある．2.1 節では努力関数を所与として，均衡賃金 w^* と均衡雇用 L^* を導出した．背後には経営者の最適化問題がある．モデルの構造は，経営者をリーダー，労働者をフォロワーとする逐次手番ゲームであり，得られた解はシュタッケルベルク均衡である．

最後に残された問題は，留保効用 $\bar{u}$ がどのように決まるのかという問題である．前節の例では，留保効用が高いと賃金水準が上がる．労働者の個々の努力水準は上がるが，雇用は減ってしまう．つまり，$\bar{u}$ と L の間には右下がりの関係があることが分かった．

ではどうするか．別の視点から，L と $\bar{u}$ の間に右上がりの関係があることを示せばよい．何らかの理由で，企業の労働需要が増えたとする．個々の失業者は就職のチャンスが増えるだろうと考える．将来の就職を考えれば，これまでよりもマシだと考えるのが自然である．失業者の（期待）効用である留保効用 $\bar{u}$ が上昇する．つまり，L と $\bar{u}$ の間に右上がりの関係がある．この点をモデルを用いて説明する．

失業者が就職する確率を $0 < a < 1$ とする．a はモデルの中で決まる内生変数である．この点は後で説明する．失業者の期待効用（留保効用）は，

$$\bar{u} = aV_E + (1-a)u(b) \tag{15}$$

と表せる．V_E は雇用されたときの期待効用を表す．$b \geq 0$ は失業給付（定数），$u(b)$ は失業したときの効用を表す．$u(b) = 0$ と基準化すると，

$$\bar{u} = aV_E$$

となる．

留保効用は，就職する確率 a と雇用者の期待効用 V_E からなる．まず，確率 a がどのように決まるのかを考えよう．総人口を N（一定）とする．雇用者を L 人とすると，失業者は $(N-L)$ 人である．失業者の一部は就職し，雇用者の一部は失業する．経済全体の失業率は，労働市場の流入と流出が一致する水準で決定される．

$$a(N-L) = pL \tag{16}$$

(16) 式の左辺が流入を表し，右辺が流出を表す．$p(= 1 - e^*)$ は，(7) 式の解雇確率である．

(16) 式より，

$$a = \frac{pL}{N-L} = p\left(\frac{1}{\mu} - 1\right) \tag{17}$$

が成り立つ．ただし，μ は失業率を表す．

$$\mu = \frac{N-L}{N} \tag{18}$$

何らかの理由で，企業の労働需要 L が増えたとしよう．(18) 式より失業率 μ が下がる．(17) 式より就職確率 a が上がる．(15) 式より，留保効用 $\bar{u}$ が大きくなる．つまり，$\bar{u}$ は L の増加関数である．

$$\bar{u} = \frac{pL}{N-L} \times V_E \equiv \bar{u}(L) \tag{19}$$

平面 $(L, \bar{u})$ 上で考える．(14) 式の $L = L(\bar{u})$ は右下がりの曲線，(19) 式の $\bar{u} = \bar{u}(L)$ は右上がりの曲線である．均衡は存在すれば 1 つである．

以下，関数を特定化して数値例を示す．まず，前節の例（$s = 1, v(w) = \sqrt{w}$）を用いて V_E を求める．(8) 式より，雇用者の期待効用は，

$$\begin{aligned}
V_E &= e^*[v(w^*) - e^*] + (1-e^*)\bar{u} \\
&= \frac{\bar{u}}{2}\left(2\bar{u} - \frac{1}{2}\bar{u}\right) + \left(1 - \frac{\bar{u}}{2}\right)\bar{u} \\
&= \frac{1}{4}\bar{u}^2 + \bar{u}
\end{aligned}$$

となる．

解雇確率は，

$$p = 1 - \frac{\bar{u}}{2}$$

である．これらを (19) 式に代入する．

$$\bar{u} = \frac{pL}{N-L}\left(1 - \frac{\bar{u}}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\bar{u}^2 + \bar{u}\right)$$

L について解くと，

$$L = \frac{N}{1 + \left(1 - \frac{\bar{u}}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\bar{u}\right)} \tag{20}$$

を得る．$0 \leq \bar{u} \leq 2$ の範囲で (20) 式は $\bar{u}$ の増加関数である．

次に，(14) 式を導出する．生産関数を，$f(x) = 2Ax - x^2 \quad (0 \leq x \leq A)$ とおく．限界生産力は，$f'(x) = 2(A - x)$ なので，(5) 式より，

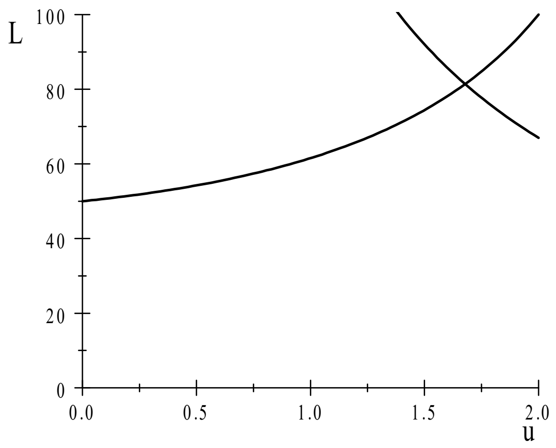
$$2(A - e^* L) = \frac{w^*}{e^*}$$

が成り立つ．$w^* = (2\bar{u})^2$, $e^* = \bar{u}/2$ を代入して整理すると，

$$L = \frac{2A}{\bar{u}} - 8 \tag{21}$$

を得る．(21) 式は $\bar{u}$ の減少関数である．最後に，(20), (21) 式を連立させると，留保効用 $\bar{u}$ と雇用 L が求められる．

図 2. 留保効用と雇用



Note. $N = 100$, $A = 75$

図 2 は，(20) 式と (21) 式を平面 $(\bar{u}, L)$ 上に図示したものである．右上がりの曲線が (20) 式を，右下がりの曲線が (21) 式を表している．均衡は $(\bar{u}, L) = (1.678, 81.4)$ である．$N = 100$ なので，失業率は $\mu = 0.186$ である．

本稿のモデルのパラメータは，総人口 N と労働の限界生産力 A だけである．総人口 N が増えると (20) 式の右上がりの曲線が上にシフトする．交点が左上に移動する．留保効用 $\bar{u}$ が低下し，雇用 L が増える．ただし，(20) 式から雇用率 L/N は低下する．つまり失業率が上昇する．

労働の限界生産力 A が増えると (21) 式の右下がりの曲線が上にシフトする．交点が右上に移動する．留保効用 $\bar{u}$ が上昇し，雇用 L も増える．賃金 w^* が上昇し，努力水準 e^* も上昇する．解雇確率は低下する．企業が労働の限界生産力 A を引き上げることを，経営の効率化と呼ぶことにしよう．社員をクビにするのは経営の効率化ではない．経営の効率化の結果生じるのは，賃金を上げ，社員の努力を引き出し，容易にクビにしないことである．

表 1. 均衡

留保効用 $\bar{u}$	1.678
雇用 L	81.4
失業率 μ	0.186
賃金 w	11.26
努力 e	0.839
解雇確率 p	0.161
就職確率 a	0.705
雇用者の効用 V_E	2.382

最後に，内生変数の一覧を表 1 にまとめた．努力水準は 84% であり，16% の確率で解雇される．新たな失業者が $pL = 13.1$ 人なので，新たな雇用者 $a(N-L)$ が 13.1 人になるように就職確率が決まる．就職確率は 70.5% である．雇用者の期待効用と失業者の期待効用の格差は 1.42 倍である（$V_E/\bar{u} = 1.42$）．本稿のモデルでは，効用格差は，

$$\frac{V_E}{\bar{u}} = 1 + \frac{1}{4}\bar{u}$$

で与えられる．留保効用 $\bar{u}$ が高いほど，効用格差は大きくなる．この結果は，線型のモニタリング技術を仮定している点に依存している（(7) 式）．ただし，賃金や失業給付，失業率といったデータに加え，雇用されている価値と失業している価値を定量的に比較できるという点で，本稿のモデルは有益だと考えられる．

3　おわりに

参考文献

[1] Goerke L (1998) Privatization and efficiency wages. *Journal of Economics* 67, 243-264.

[2] Shapiro C, Stiglitz JE (1984) Equilibrium unemployment as a worker discipline device. *American Economic Review* 74, 433-444.

[3] Solow RM (1979) Another possible source of wage stickiness. *Journal of Macroeconomics* 1, 79-82.

[4] Yellen JL (1984) Efficiency wage models of unemployment. *American Economic Review Papers & Proceedings* 74, 200-205.