Markup, markdown, and labor share

宮澤和俊*

1 Introduction

企業の直面する市場は 2 つある．1 つは生産した財を供給する生産物市場，もう 1 つは，労働や資本といった生産要素を仕入れる要素市場である．近年，労働市場の不完全性が注目されている．その理由の 1 つは，労働分配率（labor share）の低下である（Autor et al. 2020）．労働市場が買い手独占（monopsony），あるいは買い手寡占（oligopsony）であるとき，企業が雇用者に提示する賃金は労働の限界収入生産性 (marginal revenue product of labor, $MRPL$) よりも低く設定される（Manning 2003）．賃金引き下げの大きさは，markdown と呼ばれている．自社で働きたいと思う労働者の労働供給の賃金弾力性が小さいとき，低めの賃金を提示しても雇用者の多くは離職しない．したがって，企業は労働者の貢献分よりも低い賃金を提示する．つまり，markdown が大きくなる．ある産業において，市場力のある一部の企業に雇用が集中すると，産業全体の markdown が大きくなり，労働分配率が低下する．

他方，生産物市場の不完全性については，産業組織の分野で研究が進められている．生産物市場が独占，あるいは寡占であるとき，企業は右下がりの市場需要曲線の情報を利用して，価格を限界費用よりも高めに設定する．価格と限界費用のギャップは，markup と呼ばれている．労働分配率の低下，あるいは利潤率の上昇を説明するには，労働市場と生産物市場の 2 つの不完全性を同時に分析する必要がある（Macedoni 2022）．

本稿では，簡単なモデルを用いて，markdown, markup, labor share を説明する．まず，企業の直面する生産物市場の需要関数と労働市場の供給関数を特定化せずに一般的な結果を導出する．次に，需要の価格弾力性，労働供給の賃金弾力性がともに一定であるケースの結果を導出する．市場の不完全性の指標として弾力性を用いるとき，基本的には，生産物市場において markup が大きくなるにつれて labor share が低下する．また，労働市場において markdown が大きくなるにつれて labor share が低下する．ただし，雇用の減少が labor share を下げるかどうかは，資本と労働の代替性に依存する．最後に，分析の拡張の方向について述べる．

2 Model

企業の利潤最大化問題を次のように定式化する．

$$\max_{x,\,l,\,p,\,w} \ \pi = px - wl$$

subject to

$$F(l) \geq x \tag{1}$$

$$D(p) \geq x \tag{2}$$

$$S_L(w) \geq l \tag{3}$$

x は生産量，l は労働，p は生産物価格，w は賃金率を表す．(1) 式の $F(l)$ は生産関数を表す（$F'(l) > 0, F''(l) \leq 0$）．(1) 式は生産に関する技術的な制約を意味する．(2) 式の $D(p)$ は生産物の需要関数を表し

*Faculty of Economics, Doshisha Univeristy, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

ており（$D'(p) < 0$），(2) 式は生産物に関する供給制約を意味している．(3) 式の $S_L(w)$ は労働供給関数を表しており（$S'_L(w) > 0$），(3) 式は労働に関する需要制約を意味している．

以下では，制約式が等号のケースを分析する．ラグランジュ関数を，

$$\mathcal{L} = px - wl + \lambda_T[F(l) - x] + \lambda_X[D(p) - x] + \lambda_L[S_L(w) - l]$$

とおく，$\lambda_T, \lambda_X, \lambda_L$ はラグランジュ乗数である．

1 階の条件は，

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = p - \lambda_T - \lambda_X = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = -w + \lambda_T F'(l) - \lambda_L = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = x + \lambda_X D'(p) = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = -l + \lambda_L S'_L(w) = 0 \tag{7}$$

である．7 つの変数 $x, l, p, w, \lambda_T, \lambda_X, \lambda_L$ について 7 本の式があるので解くことができる．

生産物の需要の価格弾力性を，

$$\varepsilon_X = -\frac{p}{x} D'(p) \tag{8}$$

とおく．以下，$\varepsilon_X > 1$ と仮定する．

(6) 式より，λ_X は次式で与えられる．

$$\lambda_X = -\frac{x}{D'(p)} = \frac{p}{\varepsilon_X} \tag{9}$$

労働供給の賃金弾力性を，

$$\varepsilon_L = \frac{w}{l} S'_L(w) > 0 \tag{10}$$

とおく．(7) 式より，λ_L は次式で与えられる．

$$\lambda_L = \frac{l}{S'_L(w)} = \frac{w}{\varepsilon_L} \tag{11}$$

次に，(11) 式を (5) 式に代入して整理すると，λ_T は次式で与えられる．

$$\lambda_T = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right) \frac{w}{F'(l)} \tag{12}$$

最後に，(9), (12) 式を (4) 式に代入して整理すると，次式が得られる．

$$\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right) p = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right) \frac{w}{F'(l)} \tag{13}$$

(1), (2), (3) 式の等号のケースの 3 本の式と (13) 式から，x^*, l^*, p^*, w^* が求められる．

3　解釈

本節では，(13) 式を解釈する．最初に markup を，次に markdown を説明する．最後に，labor share の式を導出する．

3.1　Markup

Claim (13) 式の右辺は限界費用を表す：

$$MC = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right) \frac{w}{F'(l)} \tag{14}$$

このとき，(13) 式より，

$$\frac{p}{MC} = \frac{\varepsilon_X}{\varepsilon_X - 1} \tag{15}$$

を得る．

markup rate は，

$$m_X = \frac{p - MC}{p} \tag{16}$$

で定義される．(15) 式から，

$$m_X = \frac{1}{\varepsilon_X} \tag{17}$$

を得る．markup rate は，生産物に関する需要の価格弾力性の逆数に一致する．(16) 式は，ラーナーの独占度とも呼ばれる．

以下，(14) 式を証明する．限界費用とは，生産量 x を 1 単位増やしたときに費用 wl がどのくらい増えるのかを測ったものである．利用するのは，(1) 式と (3) 式である．

$$x = F(l) \tag{1}$$

$$l = S_L(w) \tag{3}$$

(1) 式より，生産量 x を 1 単位増やすのに必要な労働 l を求めることができる．労働を増やすためには賃金率 w を引き上げなければならない．w については，(3) 式から求めることができる．

(1), (3) 式を全微分する．

$$dx = F'(l)dl$$

$$dl = S'_L(w)dw$$

この 2 式から，

$$dl = \frac{dx}{F'(l)}$$

$$dw = \frac{dx}{S'_L(w)F'(l)}$$

を得る．それぞれ，労働の追加投入量と賃金の引き上げ幅を表している．

次に，費用 $C = wl$ を全微分する．

$$dC = wdl + ldw$$

この式に上の 2 式を代入し，(10) 式を利用すると，

$$\begin{aligned} dC &= \frac{w}{F'(l)}dx + \frac{l}{S'_L(w)F'(l)}dx \\ &= \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right)\frac{w}{F'(l)}dx \end{aligned}$$

を得る．したがって，限界費用は (14) 式で与えられることが証明された．

3.2 Markdown

(13) 式を次のように変形する．

$$\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right)pF'(l) = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right)w \tag{13'}$$

Claim (13') 式の左辺は，労働の限界収入生産性 $MRPL$ を表す：

$$MRPL = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right)pF'(l) \tag{18}$$

このとき,

$$\frac{w}{MRPL} = \frac{\varepsilon_L}{1+\varepsilon_L} \tag{19}$$

を得る.

markdown rate は,

$$m_L = \frac{MRPL - w}{w} \tag{20}$$

で定義される．(19) 式から,

$$m_L = \frac{1}{\varepsilon_L} \tag{21}$$

を得る．markdown rate は，労働供給の賃金弾力性の逆数に一致する.

以下，(18) 式を証明する．労働の限界収入生産性とは，労働 l を 1 単位増やしたときに収入 px がどのくらい増えるのかを測ったものである．利用するのは，(1) 式と (2) 式である.

$$x = F(l) \tag{1}$$

$$x = D(p) \tag{2}$$

(1) 式より，労働 l を 1 単位増やすときの追加の生産量 x を求めることができる．生産物を完売するには，価格 p を引き下げなければならない．p については，(2) 式を用いて求めることができる.

(1), (2) 式を全微分する.

$$dx = F'(l)dl$$

$$dx = D'(p)dp$$

この 2 式から,

$$dp = \frac{F'(l)}{D'(p)}dl$$

を得る．最初の式は生産量の増分を，最後の式は価格の引き下げ幅を表している.

次に，売上 $R = px$ を全微分する.

$$dR = pdx + xdp$$

この式に，dx, dp の 2 式を代入し，(8) 式を利用すると,

$$\begin{aligned} dR &= pF'(l)dl + \frac{xF'(l)}{D'(p)}dl \\ &= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right) pF'(l)dl \end{aligned}$$

を得る．したがって，労働の限界収入生産性は (18) 式で与えられることが証明された.

3.3 Labor share

労働分配率は次式で定義される（$R = px$ は売上を表す）.

$$\theta = \frac{wl}{R} \tag{22}$$

利潤率は,

$$\frac{\pi}{R} = 1 - \theta$$

である.

(13) 式および $x = F(L)$ より，労働分配率は,

$$\theta = \frac{1 - \frac{1}{\varepsilon_X}}{1 + \frac{1}{\varepsilon_L}} \frac{F'(l)l}{F(l)} \tag{23}$$

で与えられる．

以下，市場の不完全性の指標として，弾力性 $\varepsilon_X, \varepsilon_Y$ を用いる．弾力性はそれ自体内生変数であるが，生産物の需要関数 $D(p)$，労働供給関数 $S_L(p)$ に一定の仮定をおくことで，定数として扱うことができる．前節で示したように，弾力性が大きいほど markup, markdown はともに小さくなる．つまり，弾力性の値が小さいほど各市場は競争的でないと解釈できる．

市場の不完全性と労働分配率との関係は，(23) 式から，(i) 直接効果，(ii) 生産技術，(iii) 雇用効果に分けて考えることができる．

3.3.1 直接効果

(23) 式より，労働 l を所与とすると，θ は $\varepsilon_X, \varepsilon_L$ の増加関数である．つまり，市場が不完全であるほど（弾力性の値が小さいほど），労働分配率は低下する．

3.3.2 生産技術

生産物市場，労働市場がともに完全競争的であるときの労働分配率は，

$$\theta_0 = \lim_{\varepsilon_X, \varepsilon_L \to \infty} \theta = \frac{F'(l)l}{F(l)} \tag{24}$$

である．

本節では，労働 l と労働分配率 $\theta_0 = F'(l)l/F(l)$ の関係を調べる．

生産関数を CES 型とする．

$$F(l) = [\alpha k^\rho + (1-\alpha)l^\rho]^{\frac{1}{\rho}} \tag{25}$$

$k > 0$ は資本を表しており，短期的に一定であると仮定する．$\rho \leq 1$ は定数であり，要素代替の弾力性を $\sigma > 0$ とすると，

$$\rho = \frac{\sigma - 1}{\sigma}$$

が成り立つ．$\sigma \to \infty$（$\rho \to 1$）のときは完全代替の線型技術，$\sigma \to 0$（$\rho \to -\infty$）のときは完全補完のレオンチェフ型，$\sigma \to 1$（$\rho \to 0$）のときはコブ＝ダグラス型になる．

(25) 式から，

$$\theta_0 = \frac{F'(l)l}{F(l)} = \frac{(1-\alpha)l^\rho}{\alpha k^\rho + (1-\alpha)l^\rho} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{k}{l}\right)^\rho} \tag{26}$$

を得る．k が一定であるとき，l と θ_0 の関係は ρ の符号に依存する．$\rho = 0$ のときは $\theta_0 = 1 - \alpha$ で一定．$0 < \rho \leq 1$ のときは l の増加関数，$\rho < 0$ のときは l の減少関数である．つまり，労働分配率 θ_0 は，資本と労働が代替的であるときは l の増加関数であり，資本と労働が補完的であるときは l の減少関数である．

3.3.3 雇用効果

最後に，弾力性 $\varepsilon_X, \varepsilon_L$ と雇用 l の関係を調べる．独占均衡は，競争均衡と比べて取引量が少なく，価格が高い．したがって，市場が不完全であるほど雇用は減ると予想される．本稿では，次の 4 本の式を用いる．

$$x^* = F(l^*) \tag{1}$$

$$x^* = D(p^*) \tag{2}$$

$$l^* = S_L(w^*) \tag{3}$$

$$\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right) p^* F'(l^*) = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right) w^* \tag{13'}$$

連立方程式を解くと，x^*, l^*, p^*, w^* は $\varepsilon_X, \varepsilon_L$ の関数になる．ヨコ軸を l^* として，(13') 式を図示するとしよう．労働の限界生産力は逓減するので，左辺は右下がりの曲線で表せる．他方，(3) 式より，賃金と労働の間には正の相関があるので，右辺は右上がりの曲線で表せる．2 つの曲線の交点で l^* が決まる．

いま，ε_X の値が大きくなったとしよう．(13') 式の左辺の係数が大きくなるので，左辺の右下がりの曲線が上にシフトする．右辺の右上がりの曲線は不変．交点が右上に移動する．つまり，労働 l^* が増える．

左辺には価格 p^* が含まれるので，追加の効果がある．(1) 式より，l^* が増えると生産量 x^* が増える．(2) 式より，価格 p^* が下がる．したがって，左辺の右下がりの曲線が下にシフトする．まとめると，直接効果により l^* は増加し，価格上昇にともなう間接効果により l^* は減少する．下で示すように，直接効果の方が間接効果よりも大きいため，弾力性が大きくなると労働 l^* は増加する．

次に，ε_L の値が大きくなったとする．(13') 式の右辺の係数が小さくなるので，右上がりの曲線が下にシフトする．左辺の右下がりの曲線は不変．交点が右下に移動する．つまり，労働 l^* が増える．これにより，生産量 x^* が増え，価格 p^* が下がる．左辺の右下がりの曲線が下にシフトする．交点が左下に移動する．まとめると，直接効果により l^* は増えるが，価格変化を通した間接効果により少し減少する．定性的には，ε_X と同じ効果を持つ．

以上の変化を数式を用いて表現する．(13') 式を全微分すると，

$$\frac{p^* F'(l^*)}{(\varepsilon_X)^2} d\varepsilon_X + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right)\left[F'(l^*) dp^* + F''(l^*) dl^*\right] = -\frac{w^*}{(\varepsilon_L)^2} d\varepsilon_L + \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right) dw^* \tag{27}$$

次に，(1), (2), (3) 式を全微分する．

$$\begin{aligned} dx^* &= F'(l^*) dl^* \\ dx^* &= D'(p^*) dp^* \\ dl^* &= S_L'(w^*) dw^* \end{aligned}$$

したがって，価格と賃金率の変化の大きさは,

$$\begin{aligned} dp^* &= \frac{F'(l^*)}{D'(p^*)} dl^* \\ dw^* &= \frac{1}{S_L'(w^*)} dl^* \end{aligned}$$

で与えられる．

これらを (27) 式に代入し整理すると，次式を得る．

$$\left\{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_X}\right)\left[-\frac{F'(l^*)^2}{D'(p^*)} - F''(l^*)\right] + \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_L}\right)\frac{1}{S_L'(w^*)}\right\} dl^* = \frac{p^* F'(l^*)}{(\varepsilon_X)^2} d\varepsilon_X + \frac{w^*}{(\varepsilon_L)^2} d\varepsilon_L$$

ここで，$D'(p^*) < 0, F''(l^*) < 0, S_L'(w^*) > 0$ より，左辺の波カッコは正である．これを $\Delta > 0$ とおくと，

$$\frac{\partial l^*}{\partial \varepsilon_X} = \frac{p^* F'(l^*)}{(\varepsilon_X)^2 \Delta} > 0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial l^*}{\partial \varepsilon_L} = \frac{w^*}{(\varepsilon_L)^2 \Delta} > 0 \tag{29}$$

を得る．弾力性が大きくなると労働 l^* は増加する．

(13') 式を用いると，(28) 式は,

$$\frac{\partial l^*}{\partial \varepsilon_X} = \frac{(\varepsilon_L + 1)\, w^*}{\varepsilon_L \varepsilon_X (\varepsilon_X - 1)\, \Delta}$$

と変形できる．したがって,

$$\frac{\partial l^*}{\partial \varepsilon_L} \gtreqless \frac{\partial l^*}{\partial \varepsilon_X} \Leftrightarrow \varepsilon_X (\varepsilon_X - 1) \gtreqless \varepsilon_L (\varepsilon_L + 1) \tag{30}$$

が成り立つ．

生産物市場と比べて労働市場の方が相対的に市場独占度が高いとしよう．ε_L が相対的に小さいことを意味する[1]．(30) 式は，労働市場が現状よりも競争的になったときの雇用改善効果は，生産物市場がより競争的になったときの雇用改善効果よりも大きいことを意味している．

以上の結果をまとめると，次の命題が得られる．

命題 1 *(1)* 生産物の需要の価格弾力性 ε_X が低下したとする．このとき，

i. *markup* が大きくなる．

ii. 労働分配率は，直接効果により低下する．

iii. 雇用が減少する．

iv. 資本と労働が代替的であるとき（$\sigma > 1$），雇用効果により労働分配率が低下する．

(2) 労働供給の賃金弾力性 ε_L が低下したとする．このとき，

i. *markdown* が大きくなる．

ii. 労働分配率は，直接効果により低下する．

iii. 雇用が減少する．

iv. 資本と労働が代替的であるとき，雇用効果により労働分配率が低下する．

4 Conclusion

本稿では，市場の不完全性と markup, markdown, labor share の関係を分析した．これらの関係は，生産物市場の需要の価格弾力性と，労働市場の供給の賃金弾力性を用いて表現することができる．直接効果だけを考慮すると，生産物市場において markup が大きくなるとともに labor share が低下する．労働市場においては，markdown が大きくなるとともに labor share が低下する．どちらの市場の方が labor share への影響が大きいのかは実証研究に委ねられる．

直接効果に加え，雇用の変化も labor share に影響を与える．労働と資本が代替的であるとき，短期的に labor share は低下する．逆に，労働と資本が補完的であるときは，labor share が上昇する可能性がある．生産技術は産業によって異なるので，産業ごとの分析が必要である．また，本稿では 1 企業の分析に留まっているため，企業ごとの変数を集計する必要がある（Berger et al. 2022）．さらに，本稿では資本は一定であると仮定して，短期効果だけを分析している．資本蓄積をモデルに導入して，移行経路や長期均衡における分析をおこなう必要がある．こうした点は将来の課題である．

Autor D, Dorn D, Katz LF, Patterson C, Reenen JV. (2020) The fall of the labor share and the rise of superstar firms. *Quarterly Journal of Economics*. 135, 645-709.

Berger D, Herkenhoff K, Mongey S. (2022) Labor market power. *American Economic Review*. 112, 1147-1193.

Macedoni L. (2022) Monopsonistic competition, trade, and the profit share. *Scandinavian Journal of Economics*. 124, 488-515.

Manning A. (2003) *Monopsony in motion: Imperfect competition in labor markets*. Princeton University Press, USA.

[1] 具体的には，

$$\varepsilon_L < \frac{-1 + [1 + 4\varepsilon_X(\varepsilon_X - 1)]^{\frac{1}{2}}}{2}$$

のとき．