税制改革の理論と実証
－消費税の軽減税率の対象は何か－

宮澤和俊*

1　はじめに

本稿では，税制改革の理論と実証結果を紹介する．理論は，消費税の軽減税率の対象を選別する際の判断基準として有益である．2 節では，Ahmad and Stern (1984), Yitzhaki and Slemrod (1991) のモデルを紹介する．3 節では，実証研究の結果をまとめる．各時代，各国でどのような財が消費税の軽減税率の候補に挙げられたのかを紹介する．

2　理論

消費財，労働，家計，代表的企業，政府からなる閉鎖経済を考える．消費財は N 種類ある．財 $i = 1, ..., N$ を表す変数は，右下に i と表記する．家計は H 種類ある．家計 $h = 1, ..., H$ を表す変数は，右上に h と表記する．

2.1　代表的企業

有効労働（効率単位で測った労働）を用いて N 種類の財を生産する．線型の技術を仮定し，1 単位の有効労働で各財が 1 単位生産できると仮定する．たとえば，有効労働 1 単位でリンゴを 3 個生産できるとすると，リンゴ 1 単位とは 3 個のことである．有効労働をニューメレールとし，有効労働の価格（賃金率）を 1 に基準化する．完全競争市場を仮定すると，各財の生産物価格は賃金率に一致し，1 となる．

2.2　家計

各家計は，1 単位の労働時間を非弾力的に供給し，財を消費する．家計 h の稼得能力を w^h（一定）とすると，家計 h の有効労働の供給量は，$w^h \times 1 = w^h$ である．賃金率は 1 なので，労働所得は w^h である．政府から受け取る所得移転を T^h とすると，家計 h の所得 y^h は，

$$y^h = w^h + T^h$$

で与えられる．

財 i の従量税率を τ_i とする．生産者価格は 1 なので，消費者価格 p_i は，

$$p_i = 1 + \tau_i$$

で与えられる．

*Faculty of Economics, Doshisha University, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

家計 h の財 i の消費量を x_i^h と表記する．家計の効用最大化問題は次のように定式化される．

$$V^h(y^h, p_1, ...p_N) = \max_{x_1^h,...,x_N^h} u^h(x_1^h, ..., x_N^h)$$

subject to

$$y^h = p_1 x_1^h + \cdots + p_N x_N^h \tag{1}$$

ラグランジュ関数を，

$$L^h = u^h(x_1^h, ..., x_N^h) + \mu^h \left(y^h - p_1 x_1^h - \cdots - p_N x_N^h\right)$$

とおく（μ^h はラグランジュ乗数）．

最適化の 1 階の条件は，

$$\frac{\partial L^h}{\partial x_i^h} = \frac{\partial u^h}{\partial x_i^h} - \mu^h p_i = 0 \quad (i = 1, ..., N) \tag{2}$$

である．

$(N+1)$ 個の変数 $x_1^h, ..., x_N^h, \mu^h$ に関して，(1), (2) 式の $(N+1)$ 本の方程式があるので解ける．これを解くと，需要関数

$$x_i^{h*} = x_i^h(y^h, p_1, ..., p_N) \quad (i = 1, ..., N)$$

が得られる．これを効用関数に代入すると，間接効用関数 $V^h(y^h, p_1, ...p_N)$ が得られる．

後の分析で，ロワの恒等式（Roy's identity）を利用する．ロワの恒等式とは，

$$\frac{\partial V^h}{\partial p_i} = -x_i^{h*} \frac{\partial V^h}{\partial y^h} \tag{3}$$

の関係式を指す．左辺は価格上昇による厚生損失を表す．厚生損失は，所得の限界効用 $\partial V^h / \partial y^h$ と最適消費量 x_i^{h*} の積で与えられることを意味する．

［ロワの恒等式の証明］

(1) 式の予算制約式に x_i^{h*} を代入し，両辺を y^h で微分する．

$$1 = p_1 \frac{\partial x_1^{h*}}{\partial y^h} + \cdots + p_N \frac{\partial x_N^{h*}}{\partial y^h} \tag{4}$$

間接効用関数 V^h を所得 y^h で微分すると，

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V^h}{\partial y^h} &= \frac{\partial u^h}{\partial x_1^h}\frac{\partial x_1^{h*}}{\partial y^h} + \cdots + \frac{\partial u^h}{\partial x_N^h}\frac{\partial x_N^{h*}}{\partial y^h} \\
&= \mu^h p_1 \frac{\partial x_1^{h*}}{\partial y^h} + \cdots + \mu^h p_N \frac{\partial x_N^{h*}}{\partial y^h} \\
&= \mu^h \left(p_1 \frac{\partial x_1^{h*}}{\partial y^h} + \cdots + p_N \frac{\partial x_N^{h*}}{\partial y^h}\right) \\
&= \mu^h
\end{aligned}$$

が得られる．2 番目の等号は (2) 式を，4 番目の等号は (4) 式を用いている．ラグランジュ乗数 μ^h は，所得が少し増えたときの間接効用の増分を意味する．所得の限界効用（marginal utility of income）という．

次に，(1) 式に x_i^{h*} を代入し，両辺を p_i で微分する．積の微分法 $(p_i x_i^{h*})' = x_i^{h*} + p_i(\partial x_i^{h*}/\partial p_i)$ を用いると，

$$0 = x_i^{h*} + p_1 \frac{\partial x_1^{h*}}{\partial p_i} + \cdots + p_N \frac{\partial x_N^{h*}}{\partial p_i} \tag{5}$$

が得られる．

次に，V^h を価格 p_i で微分する．

$$\begin{aligned}\frac{\partial V^h}{\partial p_i} &= \frac{\partial u^h}{\partial x_1^h}\frac{\partial x_1^{h*}}{\partial p_i} + \cdots + \frac{\partial u^h}{\partial x_N^h}\frac{\partial x_N^{h*}}{\partial p_i} \\ &= \mu^h\left(p_1\frac{\partial x_1^{h*}}{\partial p_i} + \cdots + p_N\frac{\partial x_N^{h*}}{\partial p_i}\right) \\ &= -\mu^h x_i^{h*}\end{aligned}$$

2 番目の等号は (2) 式を，3 番目の等号は (5) 式を用いている．
$\partial V^h/\partial y^h, \partial V^h/\partial p_i$ の 2 つの式から，ロワの恒等式

$$\frac{\partial V^h}{\partial p_i} = -x_i^{h*}\frac{\partial V^h}{\partial y^h}$$

が証明された．

最後に，家計の変数を集計する．$h = 1, ..., H$ について足し合わせればよい．財 i の総消費 X_i は，

$$X_i = x_i^1 + \cdots + x_i^H \quad (i = 1, 2, ..., N) \tag{6}$$

である．

2.3　政府と市場

消費税収と家計への所得移転を集計する．(6) 式より，財 i の消費税収は，$\tau_i X_i$ である．これを $i = 1, ..., N$ について足し合わせると，税収総額 R が得られる．

$$R = \tau_1 X_1 + \cdots + \tau_N X_N \tag{7}$$

家計への所得移転の総額 T は，

$$T = T^1 + \cdots + T^H$$

である．政府の予算制約式は，

$$T = R \tag{8}$$

で与えられる．

政府の目的関数として，次の社会厚生関数を仮定する．

$$W = W(V^1(y^1, p_1, ...p_N), ..., V^H(y^H, p_1, ..., p_N)) \tag{9}$$

(9) 式は，政府が家計の経済厚生 $V^1, ..., V^H$ に関心があることを意味している．

次に，市場均衡条件を調べる．財 i の生産量を Q_i とすると，財市場の均衡条件は，

$$Q_i = X_i \quad (i = 1, 2, ..., N) \tag{10}$$

である．有効労働の市場均衡条件は，

$$w^1 + \cdots + w^H = Q_1 + \cdots + Q_N \tag{11}$$

である．(11) 式の左辺は家計の供給量を，右辺は代表的企業の需要量を表している．

(10), (11) 式より，市場均衡条件は全部で $(N + 1)$ 本ある．ただし，ワルラス法則より，独立な方程式は N 本である．

最後に，閉鎖経済での均衡をまとめる．基本となる方程式は，家計の予算制約式と 1 階の条件である．

$$w^h + T^h = \sum_{i=1}^{N} (1+\tau_i) x_i^h \quad (h = 1, ..., H)$$
$$\frac{\partial u^h}{\partial x_i^h} = \mu^h (1+\tau_i) \quad (h = 1, ..., H \text{ and } i = 1, ..., N)$$

内生変数は，x_i^h, μ^h の $H(N+1)$ 個，方程式も $H(N+1)$ 本あるので解ける．各財の生産量 $Q_i = \sum_{h=1}^{H} x_i^h$ が決まる．これらはすべて政策変数 τ_i, T^h の関数である．政策変数は全部で $(N+H)$ 個あるが，互いに独立ではない．政府予算制約式

$$\sum_{h=1}^{H} T^h = \sum_{i=1}^{N} \sum_{h=1}^{H} \tau_i x_i^h$$

が満たされる必要がある．たとえば，$\tau_1, ..., \tau_N, T^1, ..., T^{H-1}$ は自由に選択できるが，T^H は予算が均衡するように内生的に決定される．

［ワルラス法則の証明］

家計の予算制約式

$$w^h + T^h = (1+\tau_1) x_1^h + \cdots + (1+\tau_N) x_N^h$$

を $h = 1, ..., H$ について足し合わせる．

$$w^1 + \cdots + w^H + T = (1+\tau_1) X_1 + \cdots + (1+\tau_N) X_N$$

右辺は，(7) 式を用いて，$X_1 + \cdots + X_N + R$ と変形できる．さらに，(10) 式より，$Q_1 + \cdots + Q_N + R$ となる．最後に，(8) 式を用いると，(11) 式が得られる．つまり，(11) 式は独立な方程式ではない．

2.4 最適課税理論

本節では，最適課税理論の概略を説明する．次節の marginal tax reform と比較するのが目的である．

政府は，予算制約のもとで，社会厚生が最大となるような税率と所得移転を決める．最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{\tau_i, T^h} W = W(V^1(w^1 + T^1, 1+\tau_1, ..., 1+\tau_N), ..., V^H(w^H + T^H, 1+\tau_1, ..., 1+\tau_N))$$

subject to

$$\sum_{h=1}^{H} T^h = \sum_{i=1}^{N} \sum_{h=1}^{H} \tau_i x_i^h$$

政策変数は最大で，N 個の税率 t_i $(i = 1, ..., N)$ と H 個の所得移転 T^h $(h = 1, ..., H)$ である．最適政策 (t_i^*, T^{h*}) を「最善の最適」(first-best optimal) という．

実際には，家計ごとの移転 T^h は現実的でない．政府は家計の稼得能力 w^h を観察できないからである．そのような場合，一律移転という条件を追加する．

$$T^h = \frac{R}{H} \equiv \bar{T}$$

条件が追加されるので，最適政策は最善の最適とは一致しない．最善の最適と区別するために,「次善の最適」(second-best optimal) という．

家計への所得移転の効果を無視して，最適税率だけに焦点を当てる分析も可能である．この場合，

政府の予算制約式は，

$$T^h = 0$$
$$\bar{R} = R$$

と修正される．$\bar{R} \geq 0$ は一定の税収（あるいは政府支出）を表し，家計の効用や生産活動に貢献しない何らかの必要な資源とみなされる．

最適課税理論は，税制の望ましさについての基準を与えてくれる．税制を新しく設計する場合には，最善にせよ次善にせよ，理論から導かれる最適税制を導入すればよい．また，既存の税制を修正する場合であっても，最適税制が分かっていれば，修正の方向性について貴重な情報を与えてくれる．しかし，「段階的な改革」(piecemeal reform) が本当に経済厚生を改善するかどうかは，既存の税制に依存する．次節では，どのような条件のもとで段階的な改革が経済厚生を改善するのかを分析する．

2.5 Marginal tax reform

本節では，marginal tax reform (piecemeal tax reform) を説明する．税府は，税収一定（$\bar{R} = R$）を制約として，個別の税率を上げ下げする．家計への所得移転は無視する．税率を変化させるときの効果は，税収効果と分配効果に分けて分析できる．

2.5.1 税収効果

例として，財 t の税率 τ_t を引き上げた場合を考える（t は tax の意味）．財 t の価格 $p_t = 1 + \tau_t$ が上昇する．ギッフェン財のケースを排除すると，個人消費 x_t^h が減り，総消費 X_t も減る．他方，他の財の消費が増えるのか減るのかは，財の代替補完関係に依存する．財 t と代替的な財は，財 t の価格が上がることで消費量が増える．補完的な財は財 t と同じように消費量が減る．税率 τ_t の引き上げによる増税効果は，(7) 式を微分することで得られる．

$$\frac{\partial R}{\partial \tau_t} = X_t + \tau_1 \frac{\partial X_1}{\partial p_t} + \cdots + \tau_t \frac{\partial X_t}{\partial p_t} + \cdots + \tau_N \frac{\partial X_N}{\partial p_t}$$

右辺の第 1 項が直接的な増税効果，2 項目以降は，消費量の変化にともなう間接効果を表している．

右辺を X_t でくくることで，増税効果を基準化する．

$$\frac{\partial R}{\partial \tau_t} = \alpha_t X_t \tag{12}$$

where

$$\alpha_t = 1 + \frac{1}{X_t}\left(\tau_1 \frac{\partial X_1}{\partial p_t} + \cdots + \tau_t \frac{\partial X_t}{\partial p_t} + \cdots + \tau_N \frac{\partial X_N}{\partial p_t}\right) \tag{13}$$

さらに，価格 p_t についての市場需要の価格弾力性を次式で定義する．

$$\varepsilon_{it} = \frac{p_t}{X_i}\frac{\partial X_i}{\partial p_t} \quad (i = 1, ..., N)$$

この式を利用すると，(13) 式は，

$$\alpha_t = 1 + \frac{\varepsilon_{1t}\tau_1 X_1 + \varepsilon_{tt}\tau_t X_t + \cdots + \varepsilon_{Nt}\tau_N X_N}{p_t X_t} \tag{14}$$

と変形できる．

(14) 式の分母の $p_t X_t$ は，増税された財の総支出額を表す．分子に含まれる $t_i X_i$ $(i = 1, ..., N)$ は，財 i の消費税額を表す．これらのデータは容易に入手できる．したがって，価格弾力性 ε_{it} さえ分かれば，α_t の数値を求めることができる．

価格弾力性は，一般的には，自己弾力性 $\varepsilon_{tt} < 0$ がもっとも小さい値をとる．したがって，代替財の市場が極端に大きくない限り，$\alpha_t < 1$ が成り立つ．つまり，市場規模が X_t である財に課税したとき，税収の増分は $\alpha_t X_t < X_t$ にとどまる．増税しても家計は行動を変えないだろうと考えて増税額を見積もると，結果として見積りほどには税収が増えないことを意味する．

財によって α_i の値は異なる．たとえば，

$$0 < \alpha_s < \cdots < \alpha_t < 1$$

であることが分かったとしよう．増税効果は，財 t がもっとも大きく，財 s がもっと小さいという意味である（s はsubsidyの意味）．このような場合，財 s の税率 τ_s を引き下げ，財 t の税率 τ_t を引き上げるという税率変更は，税収を増やすという視点から望ましいと考えられる．

実際には，税率変更の便益は増税額ではなく，税率変化の大きさで評価する．税率 τ_s を引き下げると税収が不足する．不足分を税率 τ_t の引き上げで補充する．財 t は増税効果が大きいので，税率 τ_t の引き上げは少なくて良い．つまり，増税による厚生損失が抑えられるはずである（厚生分析は次節で説明する）．

以上の直観を数式で説明する．減税の場合も，数式上は上と同様に計算できる．

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial \tau_s} &= \alpha_s X_s \\ \alpha_s &= 1 + \frac{\varepsilon_{1s}\tau_1 X_1 + \cdots + \varepsilon_{ss}\tau_s X_s + \cdots + \varepsilon_{Ns}\tau_N X_N}{p_s X_s}\end{aligned}$$

税収一定の関係式 $\bar{R} = R$ を全微分すると，

$$d\bar{R} = \frac{\partial R}{\partial \tau_s} d\tau_s + \frac{\partial R}{\partial \tau_t} d\tau_t$$

が成り立つ．税収一定なので，左辺はゼロである．(12) 式を用いると，

$$0 = \alpha_s X_s d\tau_s + \alpha_t X_t d\tau_t$$

すなわち，

$$d\tau_t = -\frac{\alpha_s X_s}{\alpha_t X_t} d\tau_s \tag{15}$$

が成り立つ．ただし，$d\tau_s < 0, d\tau_t > 0$ である．税率の上げ幅 $d\tau_t$ が小さいのは，財 s の相対的な増税効果が小さく (α_s/α_t)，財 s の市場規模が小さいときである (X_s/X_t).

2.5.2 分配効果

本節では，税率変更にともなう厚生変化を調べる．社会厚生関数は，家計効用を評価するときに，分配に関する基準を用いている．この点を数式を用いて説明する．

社会厚生関数を税率 τ_t で微分する．

$$\frac{\partial W}{\partial \tau_t} = \frac{\partial W}{\partial V^1}\frac{\partial V^1}{\partial p_t} + \cdots + \frac{\partial W}{\partial V^H}\frac{\partial V^H}{\partial p_t}$$

ロワの恒等式 (3) 式を用いると（便宜上，$*$ を省略する），

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial \tau_t} &= \frac{\partial W}{\partial V^1}\left(-x_t^1 \frac{\partial V^1}{\partial y^1}\right) + \cdots + \frac{\partial W}{\partial V^H}\left(-x_t^H \frac{\partial V^H}{\partial y^H}\right) \\ &= -X_t(\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H) \end{aligned} \tag{16}$$

が得られる．ただし，

$$\beta^h = \frac{\partial W}{\partial V^h}\frac{\partial V^h}{\partial y^h} \quad (h = 1, ..., H) \tag{17}$$

$$s_t^h = \frac{x_t^h}{X_t} \quad (h = 1, ..., H) \tag{18}$$

である．β^h は，家計 h の所得 y^h が増えたとき，社会厚生がどのくらい増えるのかを表しており，家計 h の所得の限界効用に対する社会的評価という（social evaluation of the marginal utility of income of household h）．s_t^h は，増税された財 t の消費総額に占める家計 h のシェアを表す．(16) 式の $(\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H)$ を，財 t の分配特性（distributional characteristic）という．分配特性が大きい財ほど，税率を上げたときの厚生損失が大きくなることを意味している．

税率 τ_s についても同様にして，

$$\frac{\partial W}{\partial \tau_s} = -X_s(\beta^1 s_s^1 + \cdots + \beta^H s_s^H)$$

が得られる．

2.5.3 Marginal tax reform

本節では，2.5.1 節の税収効果と 2.5.2 節の分配効果を合わせることで，税収一定のもとで，税率 τ_s を下げ，税率 τ_t を上げるときの厚生変化を分析する．社会厚生関数を全微分すると，

$$dW = \frac{\partial W}{\partial \tau_s}d\tau_s + \frac{\partial W}{\partial \tau_t}d\tau_t$$

が得られる．

この式に (16) 式を代入する．さらに，(15) 式を代入し，$d\tau_t$ を消去する．

$$\begin{aligned} dW &= -X_s(\beta^1 s_s^1 + \cdots + \beta^H s_s^H)d\tau_s - X_t(\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H)\left(-\frac{\alpha_s X_s}{\alpha_t X_t}d\tau_s\right) \\ &= -X_s\left[(\beta^1 s_s^1 + \cdots + \beta^H s_s^H) - \frac{\alpha_s}{\alpha_t}(\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H)\right]d\tau_s \end{aligned}$$

$d\tau_s < 0$ である点に注意する．$dW > 0$ が成立するのは，

$$\begin{aligned} &(\beta^1 s_s^1 + \cdots + \beta^H s_s^H) - \frac{\alpha_s}{\alpha_t}(\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H) > 0 \\ &\Leftrightarrow \beta^1\left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t}s_s^1\right) + \cdots + \beta^H\left(s_t^H - \frac{\alpha_s}{\alpha_t}s_t^H\right) > 0 \end{aligned} \tag{19}$$

のときに限られる．

(19) 式中のプラスの項は，（分配を考慮した）財 s に対する減税効果を表している．マイナスの項は財 t に対する増税効果である．増税効果は，$\alpha_s/\alpha_t(< 1)$ だけ減税効果よりも小さい．税率 τ_t の引き上げが抑えられるためである．

(19) 式中の家計の消費シェア s_s^h, s_s^h のデータは容易に入手できる．しかし，社会的評価 β^h については，何らかの仮定が必要である．Ahmad and Stern (1984) は，次の指標を用いている（$e \geq 0$ は定数）．

$$\beta^h = \left(\frac{y^1}{y^h}\right)^e \quad (y^1 \leq y^2 \leq \cdots \leq y^H) \tag{20}$$

(20) 式は，最低所得の家計を基準として，所得が高い家計ほど社会的評価を低くすることを意味している（$1 = \beta^1 \geq \beta^2 \geq \cdots \geq \beta^H > 0$）．定数 e は，格差回避（inequality aversion）の強さを表す．$e = 0$ のとき，すべての家計の社会的評価は同一である．e の値が大きくなると，最低所得の家

計の相対的評価が大きくなる．$e \to \infty$ のとき，社会厚生は最低所得の家計だけで評価される．

2.5.4 消費税の社会的費用

前節の (19) 式は，marginal tax reform が社会厚生を改善するための必要十分条件である．(19) 式は,「消費税の社会的限界費用」(social marginal cost of commodity tax) を用いて導出できることが知られている．

税率 τ_t を引き上げたときの社会的限界費用 λ_t を次式で定義する．

$$\lambda_t \equiv -\frac{\frac{\partial W}{\partial \tau_t}}{\frac{\partial R}{\partial \tau_t}} \tag{21}$$

分母の $\partial R/\partial \tau_t$ が税収効果を，分子の $\partial W/\partial \tau_t$ が分配効果を表す．分配効果はマイナスなので，値が正になるようにマイナスをつける．分母の税収効果が小さく，分子の厚生損失が大きいとき，λ_t の値は大きくなる．

(12), (16) 式を代入すると，

$$\lambda_t = \frac{\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H}{\alpha_t} \tag{22}$$

が得られる．ただし，α_t は (14) 式で与えられる．

税率 τ_s についても同様にして，

$$\lambda_s = \frac{\beta^1 s_s^1 + \cdots + \beta^H s_s^H}{\alpha_s}$$

が得られる．

このとき，

$$\lambda_s > \lambda_t \Leftrightarrow \beta^1 s_s^1 + \cdots + \beta^H s_s^H > \frac{\alpha_s}{\alpha_t}\left(\beta^1 s_t^1 + \cdots + \beta^H s_t^H\right)$$

が成立する．つまり，(19) 式は，条件 $\lambda_s > \lambda_t$ と同値である．

実証分析で必要なのは，(22) 式の関係式を用いて，すべての財について，消費税の社会的限界費用 λ_i を算出することである．税率を引き下げる財の候補は，λ_i の値が最も大きいものであり，税率を上げる財の候補は，λ_i の値が最も小さいものである．

2.6 Difference in concentration curves

Yitzhaki and Slemrod (1991) は，(19) 式を視覚化する方法を提示している．(19) 式のネックは，家計の限界効用の社会的評価 β^h である．この項に弱い仮定を置くことで，(19) 式が成立するための十分条件を導出している．弱い仮定とは，β^h が家計所得 y^h の非増加関数であるという仮定である．Ahmad and Stern (1984) の (20) 式はこの条件を満たしている．

以下，Yitzhaki and Slemrod (1991) の十分条件を導出しよう．まず，所得 y^h を用いて家計を順序づけする．

$$y^1 \leq y^2 \leq \cdots \leq y^H$$

次に，減税対象である財 s の消費の累積度数を求める．

$$
\begin{aligned}
S_s^1 &= s_s^1 = \frac{x_s^1}{X_s} \\
S_s^2 &= s_s^1 + s_s^2 = \frac{x_s^1 + x_s^2}{X_s} \\
&\cdots \\
S_s^H &= s_s^1 + \cdots + s_s^H = \frac{x_s^1 + \cdots + x_s^H}{X_s} = 1
\end{aligned}
$$

ヨコ軸を家計，タテ軸を消費の累積度数とし，H 個の点 $(h/H, S_s^h)$ をプロットする（$h = 1, ..., H$）．一辺の長さが 1 の正方形の中に弓型の折れ線 C_s が描かれる．濃度曲線 (concentration curve) という．作図の仕方から分かるように，所得格差を視覚化するときに用いるローレンツ曲線と似たようなグラフになる．

同じことを増税対象の財 t の消費についてもおこない，濃度曲線 C_t を求める．

$$
S_t^1 = s_t^1, \quad S_t^2 = s_t^1 + s_t^2, \quad \cdots, \quad S_t^H = s_t^1 + \cdots + s_t^H = 1
$$

(19) 式を再掲する．

$$
\beta^1 \left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_s^1 \right) + \cdots + \beta^H \left(s_t^H - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^H \right) > 0 \tag{19}
$$

ベンチマークとして，社会的評価が一律であるケースを考える（$\beta^h = 1$）．このとき，(19) 式は,

$$
S_s^H - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} S_t^H = 1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} > 0 \tag{23}
$$

と変形できる．つまり，$\alpha_s < \alpha_t$ のとき，財 s を減税し，財 t を増税することで社会厚生が改善する．

ただし，社会厚生が改善されたからといって，個々の家計の厚生が改善されたかどうかは不明である．この点を明らかにするために，濃度曲線を利用する．まず，財 t の累積度数 S_t^h の方に $\alpha_s/\alpha_t (< 1)$ を掛けて，濃度曲線 C_t を下方にシフトさせる．シフト後の曲線を C_t' と表記する．必要な情報は濃度曲線そのものではなく，2 つの濃度曲線の差（$C_s - C_t'$）である．具体的には,

$$
S_s^h - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} S_t^h
$$

を算出することで，曲線 $C_s - C_t'$ を図示できる．濃度曲線の差の曲線を DCC 曲線（”Difference in concentration curves” curve）という．(23) 式の条件は，DCC 曲線の右端がヨコ軸の上に位置することを意味している．

税制改革による各家計の厚生変化を調べよう．V^h を全微分し，ロワの恒等式を用いると,

$$
\begin{aligned}
dV^h &= \frac{\partial V^h}{\partial p_s} d\tau_s + \frac{\partial V^h}{\partial p_t} d\tau_t \\
&= -\left(x_s^h d\tau_s + x_t^h d\tau_t \right) \frac{\partial V^h}{\partial y^h}
\end{aligned}
$$

が得られる．

次に，税収が一定であるための条件

$$
d\tau_t = -\frac{\alpha_s X_s}{\alpha_t X_t} d\tau_s \tag{15}
$$

を代入すると,

$$
dV^h = -X_s \left(s_s^h - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^h \right) \frac{\partial V^h}{\partial y^h} d\tau_s
$$

が得られる．$d\tau_s < 0$ である点に注意する．税制改革がパレート改善であるための条件は，すべての家計 h について，

$$s_s^h - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^h \geq 0 \tag{16}$$

が成立し，かつ少なくとも 1 つの家計で不等号が成立するケースである．

(16) 式の条件は強過ぎるので条件を緩和する．まず，最低所得の家計 $h = 1$ は厚生が改善すると仮定する．

$$s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 > 0 \tag{17}$$

次に，所得が最も低い 2 つの家計 $h = 1, 2$ に焦点を当てる．社会厚生関数が V^1, V^2 の 2 つから構成されることを意味する．このとき，社会厚生の変化は，

$$\begin{aligned} dW &= \frac{\partial W}{\partial V^1} dV^1 + \frac{\partial W}{\partial V^2} dV^2 \\ &= -X_s \left[\beta^1 \left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \beta^2 \left(s_s^2 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^2 \right) \right] d\tau_s \end{aligned}$$

で与えられる．(17) 式よりかぎカッコの第 1 項は正である．しかし，条件 $s_s^2 - (\alpha_s/\alpha_t)s_t^2 > 0$ は，$dW > 0$ であるための必要条件ではない．弱い仮定として，

$$\left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \left(s_s^2 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^2 \right) \geq 0$$

すなわち，

$$S_s^2 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} S_t^2 \geq 0 \tag{18}$$

を仮定する．さらに，$\beta^1 \geq \beta^2$ を仮定すると，

$$\beta^1 \left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \beta^2 \left(s_s^2 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^2 \right) \geq \beta_2 \left[\left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \left(s_s^2 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^2 \right) \right] \geq 0$$

が成り立つ．つまり，社会的評価が非増加であり，かつ (18) 式が成立するとき，最低所得の 2 つの家計の社会厚生が改善する．

以上のロジックを，下から k 番目以下の家計について当てはめる（$k = 1, ..., H$）．まず，

$$S_s^k - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} S_t^k \geq 0 \tag{19}$$

と仮定する．ただし，(17) 式より，$k = 1$ のときは厳密に正である．

下から k 番目以下の家計に焦点を当てるということは，社会厚生関数が $V^1, ..., V^k$ から構成されることを意味する．厚生変化は，

$$\begin{aligned} dW &= \frac{\partial W}{\partial V^1} dV^1 + \cdots + \frac{\partial W}{\partial V^k} dV^k \\ &= -X_s \left[\beta^1 \left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \cdots + \beta^k \left(s_s^k - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^k \right) \right] d\tau_s \end{aligned}$$

で表される．さらに，$\beta^1 \geq \beta^2 \geq \cdots \geq \beta^k$ を仮定すると，

$$\begin{aligned} &\beta^1 \left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \cdots + \beta^k \left(s_s^k - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^k \right) \\ &\geq \beta^k \left[\left(s_s^1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^1 \right) + \cdots + \left(s_s^k - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^k \right) \right] \\ &= \beta^k \left(S_s^k - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} S_t^k \right) \geq 0 \end{aligned}$$

が成り立つ．したがって，税制改革により下から k 番目以下の家計の社会厚生が改善される．

以上をまとめると，次の 2 つの命題が得られる．

命題 1 税制改革がパーレート改善であるための必要十分条件は，すべての家計 $h = 1, ..., H$ について

$$s_s^h - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} s_t^h \geq 0$$

が成立し，かつ少なくとも *1* つの家計について不等号が成立する場合に限られる．ここで，s_s^h, s_t^h はそれぞれ，減税対象の財に関する家計 h の消費シェア，増税対象の財に関する家計 h の消費シェアを表す．α_s, α_t は各財の税収効果を表すパラメータである．

命題 2 社会的評価 β^h が家計所得 y^h の非増加関数であるとする．このとき，税制改革により下から k 番目以下の家計の社会厚生が改善されるための十分条件は，

$$S_s^k - \frac{\alpha_s}{\alpha_t} S_t^k \geq 0$$

である．ただし，S_s^k, S_t^k はそれぞれ，各財の消費における k 以下の家計の累積度数を表す．

$$S_s^k = s_s^1 + s_s^2 + \cdots + s_s^k$$
$$S_t^k = s_t^1 + s_t^2 + \cdots + s_t^k$$

2 つの命題は，*DCC* 曲線を読み解くうえでとても有益な情報を与えてくれる．要点は次の 3 つである．

1. *DCC* 曲線の最初の傾きをチェックする．右上がりであれば，(17) 式より，最低所得の家計の厚生が改善している．

2. *DCC* 曲線の右端をチェックする．ヨコ軸より上にあれば，命題 2 より，社会厚生が改善している．

3. *DCC* 曲線の全体的な傾きをチェックする．広域的に右上がりであれば，命題 1 より，パレート改善である．上に凸の場合，頂点の左の家計の厚生は改善している．頂点の右の家計は厚生が悪化している．ただし，ヨコ軸よりも上にある限り，社会厚生は改善している．

3 実証

本節では，実証研究の結果を紹介する[1]．近年は，税制改革の政策目標として，社会厚生のみならず貧困にも目が向けられている．

Ahmad and Stern (1984)

インド．1973/74 年，1979/80 年．(20) 式の格差回避が $e = 1$ のとき，シリアル食品の税率を下げ，被服費の税率を上げる．

Yitzhaki and Thirsk (1990)

コートジボワール．1986 年．(1) ガソリンの税率を下げ，電話料金を上げる．(2) 公共交通料金を下げ，電気料金を上げる（Figures 2 and 3）．

Yitzhaki (1990)

エジプト．1981/82 年．配給品の補助率を上げ，協同組合で取引される財の補助率を下げる（Figure 3）．

[1] 2005 年以前の文献については，Santoro (2007) のサーベイ論文が有益である．

Yitzhaki and Slemrod (1991)

イスラエル．1979/80 年．例示が目的なので，$\alpha_s = \alpha_t$ を仮定．(1) パンの税率を下げ，家庭用水道料金を上げる．(2) パンの税率を下げ，公共交通料金を上げる（Figures 3 and 4）．

Mayshar and Yitzhaki (1995)

英国．1990/1991 年．ビールの税率を下げ，ワインの税率を上げる．

Yitzhaki and Lewis (1996)

インドネシア．1990 年．灯油，ガソリンの税率を下げ，電気料金を上げる（Table 3）．

Madden (1996)

アイルランド．1958 年－ 88 年．異なる需要関数の推計を比較．アルコールの税率を下げ，タバコの税率を上げる（Table 1）．

Liberati (2001)

イタリア．1996 年．付加価値税 (VAT) の税率の種類を減らす．

Makdissi and Wodon (2002)

ボリビア．1999 年．長距離公共交通料金を下げ，医療の税率を上げると，貧困率が下がる．

Liberati (2003)

ベラルーシ．1997 年．サンプルをグループ化．住宅・公共料金の補助率を上げ，公共交通の補助率を下げると，貧困率が下がる．ただし，グループ別では，子どものいる勤労者世帯，ひとり親世帯についてのみいえる（Figures 2 and 3）．

Bibi and Duclos (2007)

チュニジア．1990 年．補助対象の財の補助率を上げ，課税財の税率を上げると，貧困率が下がる．

Makdissi and Mussard (2008)

カナダ．2002 年．住宅の税率を下げ，電気料金を上げる（Figure 2）．

Duclos, Makdissi, and Wodon (2008)

メキシコ．1996 年．食料の税率を下げ，非食料の税率を上げると，貧困率が下がる．

Urakawa and Oshio (2010)

日本，韓国．2008 年．食料の税率を下げ，教育の税率を上げる（日本，韓国）．食料の税率を下げ，家具・家事用品の税率を上げる（日本）(Figures 1 and 2)．

Duclos, Makdissi, and Araar (2014)

メキシコ．2004 年．(1) 食料の税率を下げ，交通の税率を上げると，貧困率が下がる．(2) エネルギーの税率を下げ，交通の税率を上げると，貧困率が下がる（Figure 3, Table 2）．

Savage (2016)

アイルランド．1987 年－ 2009/10 年．メリット財をモデル化．アルコールの税率を下げ，タバコの税率を上げる．

Tóth, Cupák, and Rizov (2020)

スロバキア．2012 年．食料品を非課税にし，非食料品に課税する．

4 おわりに

参考文献

[1] Ahmad E, Stern N. (1984) The theory of reform and Indian indirect taxes. *Journal of Public Economics*. 25, 259-298.

[2] Bibi S, Duclos J-Y. (2007) Poverty-decreasing indirect tax reforms: Evidence from Tunisia. *International Tax and Public Finance*. 14, 165-190.

[3] Duclos J-Y, Makdissi P, Araar A. (2014) Pro-poor indirect tax reforms, with an application to Mexico. *International Tax and Public Finance*. 21, 87-118.

[4] Duclos J-Y, Makdissi P, Wodon Q. (2008) Socially improving tax reforms. *International Economic Review*. 49, 1505-1537.

[5] Liberati P. (2001) The distributional effects of indirect tax changes in Italy. *International Tax and Public Finance*. 8, 27-51.

[6] Liberati P. (2003) Poverty reducing reforms and subgroup consumption dominance curves. *Review of Income and Wealth*. 49, 589-601.

[7] Madden D. (1996) Marginal tax reform and the specification of consumer demand systems. *Oxford Economic Papers*. 48, 556-567.

[8] Makdissi P, Mussard S. (2008) Analyzing the impact of indirect tax reforms on rank-dependent social welfare functions: A positional dominance approach. *Social Choice and Welfare*. 30, 385-399.

[9] Makdissi P, Wodon Q. (2002) Consumption dominance curves: Testing for the impact of indirect tax reforms on poverty. *Economics Letters*. 75, 227-235.

[10] Mayshar J, Yitzhaki S. (1995) Dalton-improving indirect tax reform. *American Economic Review*. 85, 793-807.

[11] Santoro A. (2007) Marginal commodity tax reforms: A survey. *Journal of Economic Surveys*. 21, 827-848.

[12] Savage M. (2016) Indirect tax reform and the specification of demand: The case of Ireland. *International Tax and Public Finance*. 23, 368-399.

[13] Tóth P, Cupák A, Rizov M. (2020) Measuring the efficiency of VAT reforms: A demand system simulation approach. *Oxford Economic Papers*. Online, 1-26.

[14] Urakawa K, Oshio T. (2010) Comparing marginal commodity tax reforms in Japan and Korea. *Journal of Asian Economics*. 21, 579-592.

[15] Yitzhaki S. (1990) On the effect of subsidies to basic food commodities in Egypt. *Oxford Economic Papers*. 42, 772-792.

[16] Yitzhaki S, Lewis JD. (1996) Guidelines on searching for a Dalton-improving tax reform: An illustration with data from Indonesia. *World Bank Economic Review*. 10, S41-62.

[17] Yitzhaki S, Slemrod J. (1991) Welfare dominance: An application to commodity taxation. *American Economic Review*. 81, 480-496.

[18] Yitzhaki S, Thirsk W. (1990) Welfare dominance and the design of excise taxation in the Côte d'Ivoire. *Journal of Development Economics*. 33, 1-18.