労働時間と賃金率
－週50時間を超えると賃金率は低下する－

宮澤和俊*

1 Introduction

Del Rey et al. (2022) のモデルを紹介する．Bick et al. (2022) は，アメリカの労働時間と賃金率の間に非線形の関係があると主張している[1]．週の労働時間が 50 時間未満のときは，労働時間とともに賃金率が上昇する．50 時間を超えると，労働時間が増えるにしたがって賃金率が低下する．Del Rey et al. (2022) は，企業と労働者の交渉モデルを用いて，Bick et al. (2022) の発見を説明したものである．就労に関するコストが，非線形の関係に対して重要な役割を持つことが示される．

2 The model

余暇選好が異なる労働者を考える．労働の不効用が異なると考えても良い．企業と各労働者は，労働時間 h と賃金率 w を交渉で決める．

交渉が決裂したとき，労働者の利得は $-F \leq 0$ であり，企業の利得はゼロであるとする．F は求職活動にかかるコストを表す.

交渉が成立したときの労働者の利得は,

$$W = wh - xh^{\mu} \tag{1}$$

で与えられる．$x > 0$ は労働の不効用の大きさを表す定数である．労働の不効用は逓増すると仮定する（$\mu > 1$）．

交渉が成立したときの企業の利得は,

$$J = ah^{\lambda} - wh - T \tag{2}$$

で与えられる．$a > 0$ は企業の生産性を表す定数である．労働の限界生産力は逓減すると仮定する（$0 < \lambda < 1$）．$T \geq 0$ は，求人活動にかかるコストを表す.

交渉解を求める前に，労働市場が競争的であるケースを考えよう．企業についても異質性が存在し，生産性 a が異なるとする．

(1) 式より，タイプ x の労働者の労働の限界利得は，$\partial W/\partial h = w - \mu x h^{\mu-1}$ である．したがって，賃金率が w のときの最適な労働時間は,

$$h = \left(\frac{w}{\mu x}\right)^{\frac{1}{\mu-1}} \equiv s(w, x)$$

で与えられる．$\mu > 1$ より，労働供給曲線は右上がりである．また，x の値が大きいほど労働供給は減少する．

(2) 式より，タイプ a の企業の労働の限界利潤は，$\partial J/\partial h = a h^{\lambda-1} - w$ である．したがって，労働需要関数は,

$$h = \left(\frac{a}{w}\right)^{\frac{1}{1-\lambda}} \equiv d(w, a)$$

*Faculty of Economics, Doshisha Univeristy, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

[1]Figure III (p.1911).

で与えられる．$\lambda < 1$ より，労働需要曲線は右下がりである．また，a の値が大きいほど労働需要は増加する．

労働の不効用 $x \in X$ の分布関数を $F_X(x)$，企業の生産性 $a \in A$ の分布関数を $F_A(a)$ とすると，均衡賃金率 w^* は，

$$\int_{a \in A} d(w^*, a) dF_A(a) = \int_{x \in X} s(w^*, x) dF_X(x)$$

で与えられる．供給曲線と需要曲線の性質から，均衡賃金率は一意に定まる．

競争均衡では，労働の不効用 x が大きい労働者は労働供給が少なく，生産性 a が大きい企業は労働需要が多い．しかし，賃金率は一定なので，労働時間と賃金率の間の非線形な関係を説明することはできない．

以下では，Del Rey et al. (2022) にしたがい，企業と労働者が労働時間と賃金率に関して交渉する状況を分析する．Nash 交渉問題は次のように定式化される．

$$\max_{w,\, h} \Pi = (W + F)^{\beta} J^{1-\beta} \tag{3}$$

subject to (1) and (2).

交渉が成立したときのネットの利得は，労働者が $W - (-F)$，企業が $J - 0$ である．(3) 式の Π は，当事者のネットの利得をパラメータ $0 \leq \beta \leq 1$ を用いてウェイトづけしたものである．Nash 積という．β は労働者の交渉力の大きさを意味している．

最適化条件は，

$$\frac{\partial \Pi}{\partial w} = 0 \Rightarrow \beta J \frac{\partial W}{\partial w} + (1 - \beta)(W + F) \frac{\partial J}{\partial w} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial h} = 0 \Rightarrow \beta J \frac{\partial W}{\partial h} + (1 - \beta)(W + F) \frac{\partial J}{\partial h} = 0 \tag{5}$$

である．この 2 式から，タイプ x の労働者の労働時間 $h(x)$ と賃金率 $w(x)$ が得られる．

まず，賃金率に関する条件を導出する．(1), (2) 式より，

$$\frac{\partial W}{\partial w} = h$$

$$\frac{\partial J}{\partial w} = -h$$

を得る．これらを (4) 式に代入すると，

$$\beta J = (1 - \beta)(W + F) \tag{6}$$

が得られる．(6) 式は，当事者のネットの利得の比率が，交渉力の比率に一致することを意味している（$W+F : J = \beta : 1 - \beta$）．

(1), (2) 式を (6) 式に代入して整理すると，タイプ x の労働所得 wh が得られる．

$$wh = \beta a h^{\lambda} + (1 - \beta) x h^{\mu} - [(1 - \beta)T + \beta F] \tag{7}$$

労働所得は，3 つの要素からなる．(7) 式の第 1 項は，生産物のうち交渉力の β の分だけ労働者が受け取ることを意味している．第 2 項は，労働の不効用を理由に労働者が交渉に応じないことを避けるために，企業が不効用の一部を賃金に上乗せすることを意味している．第 3 項は，就労コストに応じた賃金の下げ幅を表す．労働者の威嚇点（交渉が決裂したときの利得，threat point）は $-F \leq 0$ なので，求職コストが大きいほど交渉は労働者に不利になる．βF が威嚇点にもとづく賃金引き下げ額を表している．企業は 1 人あたり T だけ求人コストがかかるので，交渉力に応じて求人コストの一部を労働者に転嫁する．$(1 - \beta)T$ が労働者への転嫁額を表している．

次に，労働時間に関する条件を導出する．(6) 式を (5) 式に代入すると，

$$\frac{\partial W}{\partial h} + \frac{\partial J}{\partial h} = 0 \tag{8}$$

を得る．(8) 式は，均衡賃金率のもとで，総利得 $(W+J)$ を最大にするような労働時間が選択されることを意味している．

(1), (2) 式より，

$$\frac{\partial W}{\partial h} = w - \mu x h^{\mu-1}$$
$$\frac{\partial J}{\partial h} = \lambda a h^{\lambda-1} - w$$

これらを (8) 式に代入すると次式を得る．

$$\lambda a h^{\lambda-1} = \mu x h^{\mu-1}$$

ヨコ軸を h として図示する．$\lambda < 1$ より左辺は右下がり．$\mu > 1$ より右辺は右上がり．したがって，交点は 1 つ存在する．

$$h^* = \left(\frac{\lambda a}{\mu x}\right)^{\frac{1}{\mu-\lambda}} \equiv h(x) \tag{9}$$

最後に，(9) 式を (7) 式に代入すると，均衡賃金率を得る．

$$w(x) = \beta a h(x)^{\lambda-1} + (1-\beta) x h(x)^{\mu-1} - \frac{(1-\beta)F + \beta T}{h(x)} \tag{10}$$

タイプ x の労働者に対して，(9), (10) 式の労働時間と賃金率のペア $(h(x), w(x))$ が提示される．労働者はこの提示を受け入れる．

以下，均衡の性質をまとめる．(9) 式より，$h'(x) < 0$．余暇選好の強い労働者ほど労働時間が短い．

(10) 式の賃金率関数 $w(x)$ の形状は一般的に不明である．$\lambda < 1$ なので，(10) 式の第 1 項は x の増加関数．x の大きい労働者は労働時間が短い．その分，労働の限界生産力が大きいので，賃金率が高くなる．

(10) 式の第 2 項は x の増加関数である．実際，(9) 式を用いると，

$$x h(x)^{\mu-1} = \left(\frac{\lambda a}{\mu}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu-\lambda}} x^{\frac{1-\lambda}{\mu-\lambda}}$$

となり，x の指数は正である．x の大きい労働者は労働の不効用が大きいため，雇用契約を受けて入れてもらうには，高い賃金率を提示する必要がある．

他方，(10) 式の第 3 項は x の減少関数である．(7) 式から明らかなように，就労に関するコストの一部は，労働所得 wh に一律に転嫁される．x の大きい労働者は労働時間 h が短いため，時間あたりのコスト負担が大きくなる．

(9) 式を用いて，(10) 式を整理すると，

$$w(x) = A x^{\frac{1-\lambda}{\mu-\lambda}} - B x^{\frac{1}{\mu-\lambda}}$$

を得る．ただし，

$$A = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\lambda a}{\mu}\right)^{\frac{\mu-1}{\mu-\lambda}} [\beta\mu + (1-\beta)\lambda]$$
$$B = [(1-\beta)F + \beta T]\left(\frac{\lambda a}{\mu}\right)^{-\frac{1}{\mu-\lambda}}$$

である．x で微分すると，

$$\begin{aligned} w'(x) &= \frac{1-\lambda}{\mu-\lambda} A x^{\frac{1-\mu}{\mu-\lambda}} - \frac{B}{\mu-\lambda} x^{\frac{1-\mu+\lambda}{\mu-\lambda}} \\ &= \frac{x^{\frac{1-\mu}{\mu-\lambda}}}{\mu-\lambda}\left[(1-\lambda)A - B x^{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}\right] \end{aligned}$$

したがって，

$$w'(x) \gtreqless 0 \Leftrightarrow x \lesseqgtr \left[(1-\lambda)\frac{A}{B}\right]^{\frac{\mu-\lambda}{\lambda}} \equiv \hat{x}$$

が成り立つ．

上記の A, B を代入すると，閾値は，

$$\hat{x} = \lambda \left(\frac{a}{\mu}\right)^{\frac{\mu}{\lambda}} \left[\frac{(1-\lambda)(\beta\mu + (1-\beta)\lambda)}{(1-\beta)F + \beta T}\right]^{\frac{\mu-\lambda}{\lambda}} \tag{11}$$

である．

以上を踏まえて，$x \in [x_{\min}, x_{\max}]$ の範囲で x を動かして，平面 (h, w) 上に点 $(h(x), w(x))$ をプロットする．

- $x = x_{\min}$ のとき，労働時間は長く，(おそらく）賃金率は低い．点 $(h(x_{\min}), w(x_{\min}))$ は，平面の右下に位置する．
- x の値が大きくなると労働時間 $h(x)$ が短くなる．つまり，点は左方向に移動する．
- $x < \hat{x}$ の範囲では，x が大きくなると賃金率 $w(x)$ が上昇する．点は左上に移動する．
- $x > \hat{x}$ の範囲では，x が大きくなると賃金率 $w(x)$ が低下する．点は左下に移動する．

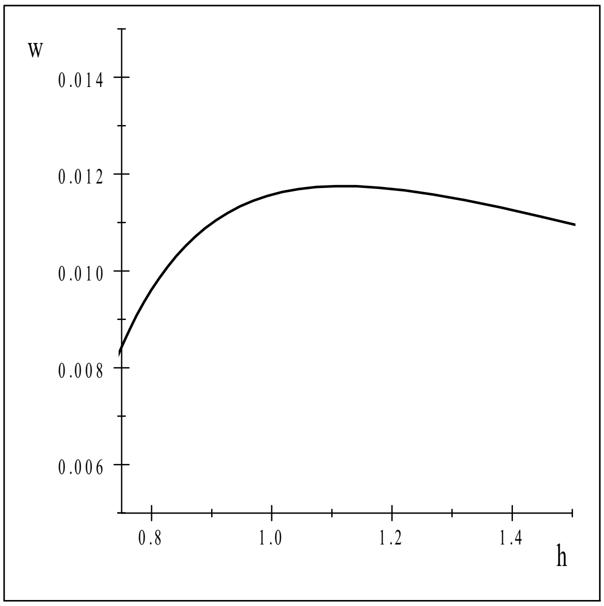
以上から，点 $(h(x), w(x))$ の軌跡は上に凸の曲線を描くことが分かる．

最後に，Del Rey et al. (2022) の数値例を示す．モデルでは，求職コスト F は定数であると仮定した．数値例では，余暇選好の強い労働者ほど求職コストが大きいと仮定している（$F = \chi x, \chi = 2$）．求人コストは $T = 0.14$，労働者の交渉力は $\beta = 0.5$，労働の不効用の弾力性は $\mu = 2$，労働の生産弾力性は $\lambda = 0.06$ と仮定している．

図 1 は，余暇選好のパラメータを $x \in [0.001, 0.025]$ の範囲でプロットしたものである．$h = 1$ を週 40 時間労働とみなすと，週 46 時間までは労働時間とともに賃金率が上昇する．週 46 時間を超えると，労働時間が増えると賃金率が低下する．

(10) 式から明らかなように，就労コストがない場合（$F = T = 0$），$w(x)$ は増加関数になる．このとき，$h(x)$ と $w(x)$ の間には負の相関しか存在せず，週 46 時間以下での右上がりの関係を説明することができない．就労コストの存在が非線形の関係に重要な意味を持つことが分かる．

図 1. 労働時間と賃金率



Bick A, Blandin A, Rogerson R. (2022) Hours and wages. *Quarterly Journal of Economics*. 137, 1901-1962.

Del Rey E, Naval J, Silva JI. (2022) Hours and wages: A bargaining approach. *Economics Letters*. 217 110652.