

# 男女の賃金と出生率

指導教員

## 1 理論分析

### 1.1 モデルの設定

夫婦が子どもの数を選択する。夫婦の効用関数を、

$$u = U(c, n) = \ln c + \gamma \ln n \quad (1)$$

とする。  $c$  は消費、  $n$  は子どもの数を表す。  $\gamma > 0$  は、子どもの数への選好の強さを表す定数である。

家計の予算制約式を、

$$w_m + w_f(1 - \theta n) = c + pn \quad (2)$$

とする。  $w_m$  は夫の賃金率、  $w_f$  は妻の賃金率、  $\theta$  は子ども 1 人あたりの養育時間、  $p$  は、財で測った子ども 1 人あたりの養育費を表す。

### 1.2 最適な子どもの数

家計は、予算制約 (2) 式のもとで、世帯効用 (1) 式が最大となるように消費  $c$  と子どもの数  $k$  を決める。家計の効用最大化問題は、次のように定式化される。

$$\max_{c, n} u = \ln c + \gamma \ln n$$

subject to

$$w_m + w_f = c + (p + \theta w_f)n$$

ラグランジュ関数を、

$$L = \ln c + \gamma \ln n + \lambda[w_m + w_f - c - (p + \theta w_f)n]$$

とおく。  $\lambda$  はラグランジュ乗数である。

1 階の条件は、

$$\frac{\partial L}{\partial c} = \frac{1}{c} - \lambda = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial n} = \frac{\gamma}{n} - \lambda(p + \theta w_f) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = w_m + w_f - c - (p + \theta w_f)n = 0 \quad (5)$$

である。

(3), (4), (5) 式より、最適消費  $c^*$  と最適な子どもの数  $k^*$  が得られる。

$$c^* = \frac{1}{1 + \gamma}(w_m + w_f) \quad (6)$$

$$n^* = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \frac{w_m + w_f}{p + \theta w_f} \quad (7)$$

問題 1. (6), (7) 式を導出せよ.

### 1.3 比較静学

(7) 式より,

$$\frac{\partial n^*}{\partial w_m} > 0 \quad (8)$$

が得られる. 夫の賃金率が高いほど出生率が高くなる.

(7) 式を  $w_f$  で微分すると,

$$\frac{\partial n^*}{\partial w_f} = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \frac{p - \theta w_m}{(p + \theta w_f)^2} \quad (9)$$

が得られる.

問題 2. (9) 式を導出せよ.

妻の賃金率が上昇するとき, 出生率が上昇するかどうかは, 夫の賃金水準に依存する. (9) 式から,

$$\frac{\partial n^*}{\partial w_f} \geq 0 \Leftrightarrow w_m \leq \frac{p}{\theta} \quad (10)$$

が成立する. 夫の賃金水準が低い(高い)とき, 妻の賃金率が上がると出生率が上昇(低下)する.

問題 3. 夫の賃金水準によって  $\partial n^*/\partial w_f$  の符号が異なるのはなぜか. 所得効果, 価格効果を用いて説明せよ.

### 1.4 養育費と男女間賃金格差

養育費が妻の賃金率に比例すると仮定する.

$$p = \alpha w_f \quad (\alpha > 0) \quad (11)$$

問題 4. (11) 式の仮定を正当化せよ. 養育費の例として, 保育園に子どもを預けるときの保育料を用いよ.

(11) 式を (7) 式に代入すると,

$$n^* = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \frac{w_m + w_f}{(\alpha + \theta)w_f} = \frac{\gamma}{(1 + \gamma)(\alpha + \theta)} \left(1 + \frac{1}{\phi}\right) \quad (12)$$

が得られる. ここで,  $\phi = w_f/w_m$  は, 男女間賃金格差を表す.

(12) 式より,

$$\frac{\partial n^*}{\partial \phi} < 0 \quad (13)$$

が得られる. 賃金格差が改善すると, 出生率が低下する.

問題 5. 賃金格差が改善すると, なぜ出生率が低下するのか. 言葉で説明せよ.

## 2 実証分析

問題 6. 都道府県データを用いて, (8), (10), (13) 式を検証せよ.