

出生率の経済分析：理論と実証

宮澤和俊

大学院「家族の経済学」の補足*

1 理論分析

1.1 モデルの設定

夫婦が子どもの数を選択する。夫婦の効用関数を、

$$u = U(c, k) = \ln c + \gamma \ln k \quad (1)$$

とする。 c は消費、 k は子どもの数を表す。 $\gamma > 0$ は、子どもの数への選好の強さを表す定数である。
家計の予算制約式を、

$$w_m + w_f(1 - \theta k) = c + pk \quad (2)$$

とする。 w_m は夫の賃金率、 w_f は妻の賃金率、 θ は子ども 1 人あたりの養育時間、 p は、財で測った子ども 1 人あたりの養育費を表す。

1.2 最適な子どもの数

家計は、予算制約 (2) 式のもとで、世帯効用 (1) 式が最大となるように消費 c と子どもの数 k を決める。家計の効用最大化問題は、次のように定式化される。

$$\max_{c, k} u = \ln c + \gamma \ln k$$

subject to

$$w_m + w_f = c + (p + \theta w_f)k$$

ラグランジュ関数を、

$$L = \ln c + \gamma \ln k + \lambda[w_m + w_f - c - (p + \theta w_f)k]$$

とおく。 λ はラグランジュ乗数である。

1 階の条件は、

$$\frac{\partial L}{\partial c} = \frac{1}{c} - \lambda = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k} = \frac{\gamma}{k} - \lambda(p + \theta w_f) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = w_m + w_f - c - (p + \theta w_f)k = 0 \quad (5)$$

である。

*Greenwood et al. (2017) の 6 節にもとづいている。

(3), (4), (5) 式より, 最適消費 c^* と最適な子どもの数 k^* が得られる.

$$c^* = \frac{1}{1+\gamma}(w_m + w_f) \quad (6)$$

$$k^* = \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{w_m + w_f}{p + \theta w_f} \quad (7)$$

問題 1. (6), (7) 式を導出せよ.

1.3 比較静学

(7) 式より,

$$\frac{\partial k^*}{\partial w_m} > 0 \quad (8)$$

が得られる. 夫の賃金率が高いほど出生率が高くなる.

(7) 式を w_f で微分すると,

$$\frac{\partial k^*}{\partial w_f} = \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{p - \theta w_m}{(p + \theta w_f)^2} \quad (9)$$

が得られる.

問題 2. (9) 式を導出せよ.

妻の賃金率が上昇するとき, 出生率が上昇するかどうかは, 夫の賃金水準に依存する. (9) 式から,

$$\frac{\partial k^*}{\partial w_f} \geq 0 \Leftrightarrow w_m \leq \frac{p}{\theta}$$

が成立する. 夫の賃金水準が低い(高い)とき, 妻の賃金率が上がると出生率が上昇(低下)する.

問題 3. 夫の賃金水準によって $\partial k^*/\partial w_f$ の符号が異なるのはなぜか. 所得効果, 価格効果を用いて説明せよ.

1.4 養育費と男女間賃金格差

養育費が妻の賃金率に比例すると仮定する.

$$p = \alpha w_f \quad (\alpha > 0) \quad (10)$$

問題 4. (10) 式の仮定を正当化せよ. 養育費の例として, 保育園に子どもを預けるときの保育料を用いよ.

(10) 式を (7) 式に代入すると,

$$k^* = \frac{\gamma}{1+\gamma} \frac{w_m + w_f}{(\alpha + \theta)w_f} = \frac{\gamma}{(1+\gamma)(\alpha + \theta)} \left(1 + \frac{1}{\phi}\right) \quad (11)$$

が得られる. ここで, $\phi = w_f/w_m$ は, 男女間賃金格差を表す.

(11) 式より,

$$\frac{\partial k^*}{\partial \phi} < 0 \quad (12)$$

が得られる. 賃金格差が改善すると, 出生率が低下する.

問題 5. 賃金格差が改善すると, なぜ出生率が低下するのか. 言葉で説明せよ.

2 実証分析

表 1 は、日本の 47 都道府県のデータの一覧である。第 1 列が出生率、2 列が男性賃金率、3 列が女性賃金率を表す。賃金データは、パートタイム給与（時給）を用いている。4 列は、3 列の女性賃金率を 2 列の男性賃金率で割ったものであり、モデルの $\phi = w_f/w_m$ に対応する。

図 1~3 は、データを散布図にしたものである。図 1 は、女性賃金率と出生率、図 2 は、男性賃金率と出生率、図 3 は、賃金格差と出生率の関係を表している。

問題 6. 図 1~3 は、上の理論モデルと整合的であると言えるか。図ごとに調べよ。

問題 7. 理論モデルの帰結とデータが整合的でないとしたら、どのような理由が考えられるか。また、どのようなデータを用いるのがより望ましいと考えられるか。それぞれ、自分の意見を述べよ。

参考文献

- [1] Greenwood J, Guner N, Vandenbroucke G (2017) Family economics writ large, *Journal of Economic Literature*, 55, 1346-1434.
- [2] 総務省統計局 (2019) 統計でみる都道府県のすがた 2019, <https://www.stat.go.jp/data/k-sugata/index.html>.

表1 データ一覧

A 人口・世帯, No.19		F 労働, No.210		F 労働, No.211		男女間賃金格差	
合計特殊出生率		パートタイム給与 (男性, 1時間)		パートタイム給与 (女性, 1時間)			
人	順位	円	順位	円	順位		
2017		2017		2017			
全 国	1.43	1,154		1,074		0.93	
01 北海道	1.29	46	1,051	33	995	24	0.95
02 青森	1.43	36	1,139	11	889	47	0.78
03 岩手	1.47	31	982	45	920	41	0.94
04 宮城	1.31	44	1,053	32	998	23	0.95
05 秋田	1.35	39	966	46	943	37	0.98
06 山形	1.45	34	1,002	43	918	43	0.92
07 福島	1.57	12	1,110	17	962	34	0.87
08 茨城	1.48	30	1,176	6	1,039	13	0.88
09 栃木	1.45	34	1,083	22	980	29	0.90
10 群馬	1.47	31	1,122	12	1,036	15	0.92
11 埼玉	1.36	38	1,142	10	1,092	6	0.96
12 千葉	1.34	41	1,227	2	1,138	4	0.93
13 東京	1.21	47	1,328	1	1,293	1	0.97
14 神奈川	1.34	41	1,205	5	1,164	2	0.97
15 新潟	1.41	37	1,081	23	969	32	0.90
16 富山	1.55	17	1,031	39	992	25	0.96
17 石川	1.54	18	1,062	29	1,002	22	0.94
18 福井	1.62	10	1,044	35	992	25	0.95
19 山梨	1.50	28	1,114	15	1,004	21	0.90
20 長野	1.56	14	1,211	4	1,033	16	0.85
21 岐阜	1.51	25	1,072	26	983	28	0.92
22 静岡	1.52	23	1,080	24	1,025	17	0.95
23 愛知	1.54	18	1,174	7	1,086	8	0.93
24 三重	1.49	29	1,122	12	1,038	14	0.93
25 滋賀	1.54	18	1,089	21	1,043	11	0.96
26 京都	1.31	44	1,146	9	1,117	5	0.97
27 大阪	1.35	39	1,222	3	1,155	3	0.95
28 兵庫	1.47	31	1,154	8	1,080	9	0.94
29 奈良	1.33	43	1,047	34	1,043	11	1.00
30 和歌山	1.52	23	1,095	19	1,088	7	0.99
31 鳥取	1.66	7	1,105	18	973	31	0.88
32 島根	1.72	3	999	44	937	38	0.94
33 岡山	1.54	18	1,113	16	1,023	19	0.92
34 広島	1.56	14	1,080	24	1,024	18	0.95
35 山口	1.57	12	1,070	28	967	33	0.90
36 徳島	1.51	25	1,033	38	1,061	10	1.03
37 香川	1.65	8	1,122	12	1,008	20	0.90
38 愛媛	1.54	18	1,061	30	977	30	0.92
39 高知	1.56	14	1,071	27	931	39	0.87
40 福岡	1.51	25	1,038	37	992	25	0.96
41 佐賀	1.64	9	1,042	36	946	36	0.91
42 長崎	1.70	4	1,093	20	948	35	0.87
43 熊本	1.67	6	1,031	39	920	41	0.89
44 大分	1.62	10	1,004	42	928	40	0.92
45 宮崎	1.73	2	1,018	41	893	45	0.88
46 鹿児島	1.69	5	1,054	31	892	46	0.85
47 沖縄	1.94	1	910	47	918	43	1.01

出所 総務省統計局「統計でみる都道府県のすがた2019」

図1. 女性の賃金率と出生率

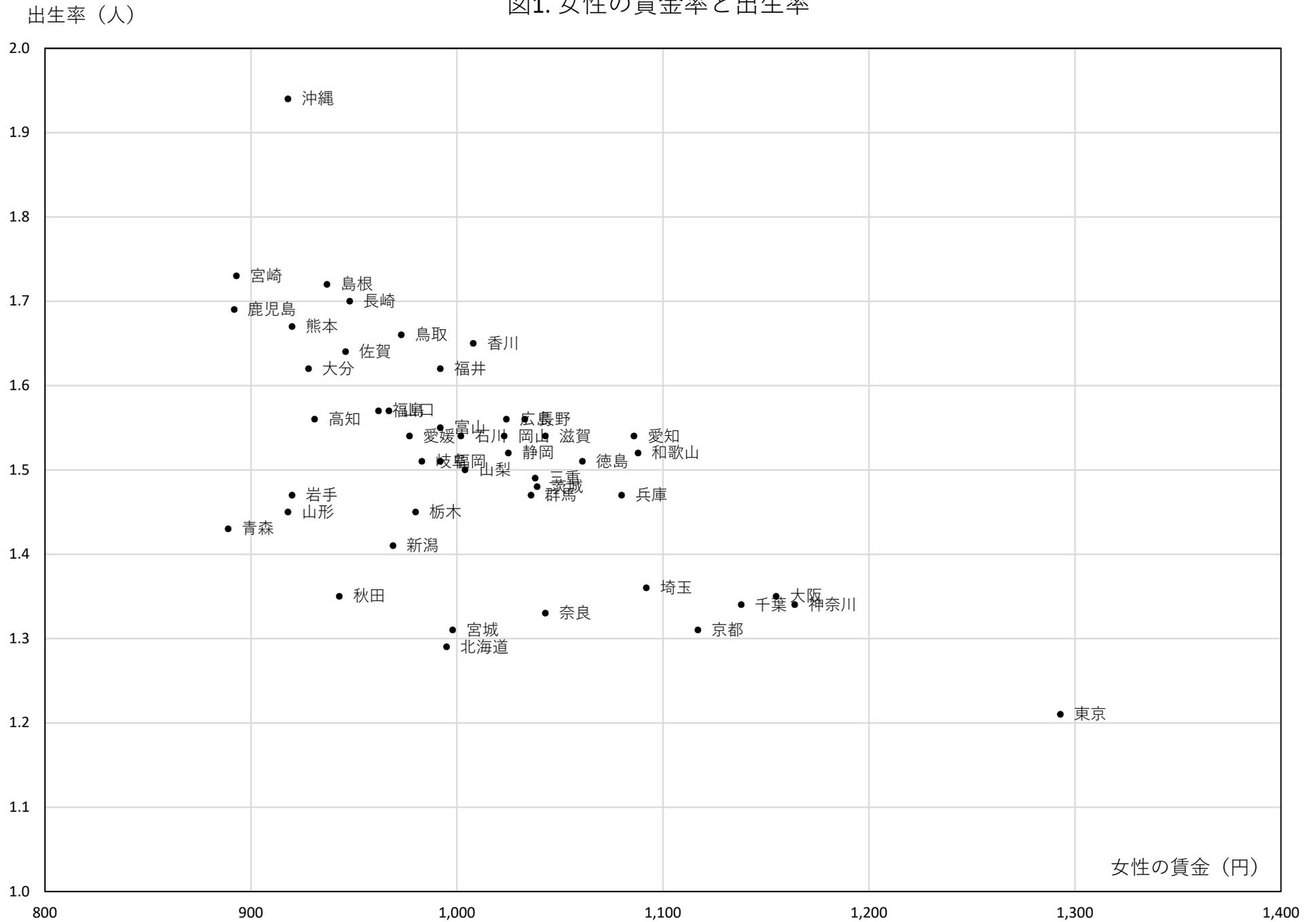


図2. 男性の賃金率と出生率

