家族の経済学 －出生率と教育水準－

指導教員

1　理論分析

1.1　モデルの設定

親が子どもの数と，子どもの教育水準を決める[1]．

親の効用関数を，

$$u = U(c, n, h) = \log c + \alpha \log n + \beta \log h \tag{1}$$

とする．c は消費，n は子どもの数，h は子どもの**人的資本**を表す[2]．$\alpha > 0$ は，子どもの数への選好の大きさを表す定数，$\beta > 0$ は，子どもの質への選好の大きさを表す定数である．

親は，1 単位の時間を，労働と子育てに配分する．時間制約は，

$$1 = l + \phi n \tag{2}$$

で与えられる．l は労働時間，$\phi > 0$ は子ども 1 人あたりの養育時間を表す定数である．

親は，労働所得を，消費，養育費，教育費に配分する．予算制約は，

$$wl = c + (q + e)n \tag{3}$$

で与えられる．w は賃金率（定数）であり，左辺は労働所得を表す．$q > 0$ は子ども 1 人あたりの養育費（定数）であり，e は親が決める子ども 1 人あたりの教育費である．右辺は家計の総支出を表している．

子どもの人的資本は，親の人的資本と教育で決まる．人的資本形成は，

$$h = h_0 e^{\gamma} \tag{4}$$

で与えられる．h_0 は親の人的資本を表す定数であり．$\gamma > 0$ は，教育効果を表す定数である[3]．

[1]Becker, G.S. (1993) A Treatise on the Family: Enlarged edition, Harvard University Press.

[2]人的資本とは，狭義では稼得能力を意味する．

[3](4) 式から，

$$\frac{e}{h}\frac{dh}{de} = \gamma$$

が成り立つ．γ は人的資本の教育弾力性を表す．教育を 1% 増やすとき，人的資本が γ% 増えることを意味する．

1.2　効用最大化問題

(1)-(4) 式を用いて，親の効用最大化問題を解く．これにより，子どもの需要関数，教育の需要関数が求められる．

問題 *1*

(2), (3) 式から，

$$w = c + (\phi w + q + e)n \tag{5}$$

が得られることを示せ．

n の係数 $(\phi w + q + e)$ は，子どもの価格を表す．子どもを 1 人追加したときの費用を考えよう．まず，養育時間 ϕ が必要である．その結果，ϕw の労働所得が失われる．**機会費用**という．さらに，子育ての支出が q，教育支出が e である．これらの 3 つの費用を加えたものが子どもの価格である．

e の係数 n が，教育の価格を表す．子ども 1 人あたりの教育費を $e = 2,000$ 万円とする．子どもが 3 人いるときの教育費の総額は 6,000 万円である．e を 100 万円増やすと，教育費は 300 万円増える．子どもの数を掛けた分だけ支出が増えるので，e の価格は n である．

問題 *2*

(1), (4) 式から，

$$u = \log c + \alpha \log n + \beta\gamma \log e + \beta \log h_0 \tag{6}$$

となることを示せ．

親は，(5) 式の予算制約のもとで，(6) 式の効用が最大となるように，消費 c，子どもの数 n，子ども 1 人あたり教育費 e を決定する．親の最適化問題は次のように定式化される．

$$\max_{c,\,n,\,e} u = \log c + \alpha \log n + \beta\gamma \log e + \beta \log h_0$$

subject to

$$w = c + (\phi w + q + e)n$$

ラグランジュ関数を，

$$L = \log c + \alpha \log n + \beta\gamma \log e + \beta \log h_0 + \lambda[w - c - (\phi w + q + e)n]$$

とおく．λ はラグランジュ乗数である．

最適化の 1 階の条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial c} = \frac{1}{c} - \lambda = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial n} = \frac{\alpha}{n} - \lambda(\phi w + q + e) = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = \frac{\beta\gamma}{e} - \lambda n = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = w - c - (\phi w + q + e)n = 0 \tag{10}$$

である．4 つの変数 c, n, e, λ について 4 本の方程式があるので解ける．

問題 *3*

(7)-(10) 式から，

$$c^* = \frac{w}{1+\alpha} \tag{11}$$

$$n^* = \frac{\alpha - \beta\gamma}{1+\alpha}\frac{w}{\phi w + q} \tag{12}$$

$$e^* = \frac{\beta\gamma}{\alpha - \beta\gamma}(\phi w + q) \tag{13}$$

が得られることを示せ.

1.3 比較静学分析

1. 出生率の要因分析

(12) 式より，

$$\frac{\partial n^*}{\partial w} > 0$$
$$\frac{\partial n^*}{\partial q} < 0$$
$$\frac{\partial n^*}{\partial \phi} < 0$$
$$\frac{\partial n^*}{\partial \gamma} < 0$$

が得られる．出生率が高いのは，(1) 賃金率が高いとき，(2) 養育費が低いとき，(3) 養育の時間コストが低いとき，そして，(4) 教育効果が低いときである.

2. 教育の要因分析

(13) 式より，

$$\frac{\partial e^*}{\partial w} > 0$$
$$\frac{\partial e^*}{\partial q} > 0$$
$$\frac{\partial e^*}{\partial \phi} > 0$$
$$\frac{\partial e^*}{\partial \gamma} > 0$$

が得られる．教育水準が高いのは，(1) 賃金率が高いとき，(2) 養育費が高いとき，(3) 養育の時間コストが高いとき，そして，(4) 教育効果が高いときである.

2 実証分析

都道府県データを用いて，理論分析の結果が正しいかどうかを検証する.

例．出生率，教育水準はともに賃金率（所得水準）と正の相関があるはず．ホント？