

## 第 6 講 厚生経済学の定理 (1) 純粋交換経済の補足：限界効用と限界代替率

花子は、リンゴを 10 個、みかんを 5 個持っている。

花子は、リンゴが 1 つ増えて 11 個になれば、幸福度が 40 上がるのになあ、みかんが 1 つ増えて 6 個になれば、幸福度が 100 上がるのになあ、と思っている。

【解釈】リンゴの**限界効用**は 40 である。みかんの限界効用は 100 である。

幸福度で測ると、追加的な 1 個のリンゴは、追加的なみかん 0.4 個分の価値がある。リンゴを 1 個もらえるのなら、みかんを 0.4 個手放してもよいと考えている。みかんで測ったリンゴの価値を表す**限界代替率**は 0.4 である。

限界代替率と限界効用の間には次の関係がある。

$$\text{限界代替率} = \frac{\text{リンゴの限界効用}}{\text{みかんの限界効用}} \quad (1)$$

【一般化】

花子の幸福度を**効用関数**で表す。

$$u = U(x_1, x_2)$$

$x_1$  リンゴの消費量,  $x_2$  みかんの消費量

限界効用は**偏微分**で計算できる。

$$\begin{aligned} \text{リンゴ} : \quad \frac{\partial u}{\partial x_1} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{U(x_1 + h, x_2) - U(x_1, x_2)}{h} \\ \text{みかん} : \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{U(x_1, x_2 + h) - U(x_1, x_2)}{h} \end{aligned}$$

限界代替率 (Marginal Rate of Substitution, *MRS*) は次式で与えられる<sup>1</sup>。

$$MRS = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} \quad (2)$$

例 効用関数を,

$$u = (x_1)^2 x_2 \quad (3)$$

とする。限界効用は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_1} &= 2x_1 x_2 \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} &= (x_1)^2 \end{aligned}$$

したがって、限界代替率は,

$$MRS = \frac{2x_1 x_2}{(x_1)^2} = \frac{2x_2}{x_1} \quad (4)$$

**問題** 次の効用関数の限界代替率を求めよ。

(1)  $u = x_1 x_2$

(2)  $u = x_1 (x_2)^2$

(1)  $MRS = x_2/x_1$ , (2)  $MRS = x_2/(2x_1)$

<sup>1</sup>幸福度が一定 ( $u = \bar{u}$ ) である消費の組み合わせ  $(x_1, x_2)$  の軌跡を**無差別曲線**という。式は、 $\bar{u} = U(x_1, x_2)$ 。平面  $(x_1, x_2)$  上に図示すると、(i) 右下がり (ii) 原点に関して凸。つまり、 $x_2 = f(x_1)$  と表せる。元の式に代入すると、 $\bar{u} = U(x_1, f(x_1))$ 。この式の両辺を  $x_1$  で微分する。

$$0 = \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \times f'(x_1)$$

したがって,

$$MRS = \frac{-\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -f'(x_1) > 0$$

*MRS* は、無差別曲線の接線の傾きの絶対値を表す。