

第2講 財政の役割の補足 費用, 限界費用, 平均費用, 平均可変費用

花子「初級ミクロで習った」
太郎「あったなー. 何だっけ」

財を生産するには費用がかかる. 費用構造は企業が持つ技術に依存する. 費用には,

- (1) 固定費用 (fixed cost) 初期費用
- (2) 可変費用 (variable cost) 生産量に応じてかかる費用

がある.

【ポイント】1つずつ考える.

追加的な1単位の生産にかかる追加的な費用を, 限界費用 (marginal cost) という. 限界費用は通常, 初めのうちは逡減し, その後逡増する.

生産量 x	0	1	2	3	4	5
固定費用	300					
限界費用 MC		100	80	90	130	200
総費用 c	300	400				
平均費用 AC		400				
平均可変費用 AVC		100				

生産量 x と総費用 c の関係を関数 $c = C(x)$ で表現する. 費用関数 (cost function) という. 費用関数のグラフを (総) 費用曲線という. 固定費用はグラフの切片 $C(0)$ で表される 【板書】

費用曲線の性質

- (1) 右上がり $C'(x) > 0$
- (2) あるところまで上に凸 ($C''(x) < 0$), それ以降は下に凸 ($C''(x) > 0$)

費用曲線から次の3つの曲線を描くことができる 【板書】

- (1) 限界費用曲線 (MC 曲線)
- (2) 平均費用曲線 (AC 曲線, average cost)
- (3) 平均可変費用曲線 (AVC 曲線, average variable cost)

【考え方】総費用曲線上に点 $P(x, C(x))$ をとる.

限界費用とは,

$$MC = C'(x) \quad (1)$$

のこと. 点 P における接線の傾きを表す.

平均費用とは,

$$AC = \frac{C(x)}{x} \quad (2)$$

のこと. 原点 O と点 P を結ぶ線分の傾きを表す.

平均可変費用とは,

$$AVC = \frac{C(x) - C(0)}{x} \quad (3)$$

のこと. 切片と点 P を結ぶ線分の傾きを表す.

3つの曲線には次の性質がある.

- (1) MC, AC, AVC はいずれも下に凸.
- (2) AVC は AC の下にある.
- (3) MC は AC, AVC の頂点を通過する.
- (4) MC と AVC の切片は一致する.

問題 1 性質 (1)–(4) を, 総費用曲線の図を用いて説明せよ.

解答

(1) 点 P を, 切片付近からスタートして, 曲線上を右に動かしていく.

点 P における接線の傾き. 最初減少し, ある点を超えると増加する (この点を変曲点という). したがって, MC 曲線は下に凸である.

線分 OP の傾き. 最初はとても大きい. 点 P が右に行くにつれて, 傾きは徐々に小さくなる. これは, 線分 OP と曲線が接する点まで続く. この点を超えると, 線分 OP の傾きは増加に転じる. したがって, AC 曲線は下に凸である.

切片と点 P を結ぶ線分の傾き. 最初は接線の傾きとほとんど同じ. 点 P が右に行くにつれて, 傾きは徐々に小さくなる. これは, 線分と曲線が接する点まで続く. この点を超えると, 切片と点 P を結ぶ線分の傾きは増加に転じる. したがって, AVC 曲線は下に凸である.

(2) (2) 式, (3) 式より明らか.

(3) AC 曲線の頂点は, 線分 OP と曲線が接する点. 接しているということは, MC の値と同じ. つまり, MC 曲線は AC 曲線の頂点を通る. AVC 曲線の頂点は, 切片と点 P を結ぶ線分が曲線が接する点. 接しているということは, MC の値と同じ. つまり, MC 曲線は AVC 曲線の頂点を通る¹.

(4) 我々は微分係数というものを知っている.

$$C'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{C(x) - C(0)}{x}$$

問題 2

費用関数を,

$$C(x) = x^3 - 12x^2 + 60x + 800$$

とする.

- (1) MC, AC, AVC を x を用いて表せ.
- (2) MC 曲線, AC 曲線, AVC 曲線を図示せよ.

花子「計算は楽だけど, 図が難しいね」
太郎「きれいに描けるとちょっとうれしい」

¹(2) 式を x で微分する. 商の微分法より,

$$(AC)' = \frac{C'(x)x - C(x)}{x^2}$$

となる. 頂点の x 座標を x_0 とおくと, $C'(x_0)x_0 - C(x_0) = 0$, すなわち,

$$C'(x_0) = \frac{C(x_0)}{x_0}$$

が成り立つ. これは MC 曲線が AC 曲線の頂点を通ることを意味している.

同様に, (3) 式を x で微分することにより, MC 曲線が AVC 曲線の頂点を通ることを数式を用いて証明できる.