

第9講 不完全競争(3) 複占市場, シュタッケルベルク均衡 (テキスト p.198-202)

花子「新しくできた果物屋さん, 苦戦してるみたいね」

太郎「老舗の強みってのがあるのかなあ」

前回は, 複占市場におけるクールノー均衡を導出した. クールノー均衡では, 各企業が自分の戦略を同時に提示するような構造になっていた. しかし, 一方の企業が相手の情報(費用関数や反応関数)を知っている場合, その情報を利用するだろうから, クールノー均衡は現実的ではないかもしれない. 情報優位にある企業を先導者 (leader) といい, もう一方を追随者 (follower) という. 情報格差があるときの均衡を, シュタッケルベルク均衡という.

ゲームの手番と企業行動

手番1: 先導者である企業1が, 相手の情報を利用して生産量 x_1 を決める.

手番2: 追随者である企業2が, 相手の生産量を所与として生産量 x_2 を決める.

この問題を解くには, 最初に企業2の問題を解き, 次に企業1の問題を解く必要がある. 手番と解く順番が逆になる点に注意する¹.

例題

複占市場の逆需要関数を, $P = 220 - 2(x_1 + x_2)$ とする. P は価格, x_1 は企業1の生産量, x_2 は企業2の生産量である. 企業1の費用関数を $C_1(x_1) = 20x_1$, 企業2の費用関数を $C_2(x_2) = 60x_2$ とする. 企業1を先導者, 企業2を追随者とするシュタッケルベルク均衡での各企業の生産量, 価格, 利潤を求めよ.

解答

企業2の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x_2} \pi_2 = Px_2 - C_2(x_2) = [220 - 2(x_1 + x_2)]x_2 - 60x_2 = (160 - 2x_1 - 2x_2)x_2$$

これを解いて, 企業2の反応関数が得られる.

$$x_2^* = 40 - \frac{1}{2}x_1 \quad (1)$$

企業1の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x_1} \pi_1 = Px_1 - C_1(x_1) = [220 - 2(x_1 + x_2^*)]x_1 - 20x_1$$

ただし, x_2^* は (1) 式で与えられる.

(1) 式を代入すると,

$$\pi_1 = (120 - x_1)x_1$$

となるので, 各企業の生産量は,

$$\begin{cases} x_1^* = 60 \\ x_2^* = 10 \end{cases}$$

均衡価格は, $P^* = 220 - 2(x_1^* + x_2^*) = 80$.

利潤は, $\pi_1 = (P^* - 20)x_1^* = 3600$, $\pi_2 = (P^* - 60)x_2^* = 200$ (答)

¹後向き帰納法 (backward induction) という.

図による理解

先導者の企業 1 の利潤は,

$$\pi_1 = [220 - 2(x_1 + x_2)]x_1 - 20x_1 = (200 - 2x_1 - 2x_2)x_1 \quad (2)$$

と表せる. (2) 式は, ある利潤 π_1 を達成できる生産量の組合せ (x_1, x_2) の軌跡を表す. 等利潤曲線 (iso-profit curve) という. 等利潤曲線には次の性質がある (図 6.6(1), 補論参照).

- (i) 上に凸
- (ii) 右下にいくほど利潤が大きい.
- (iii) 頂点の軌跡が, 企業 1 の反応曲線.

シュタッケルベルク均衡 (図 6.7)

企業 1 は, 企業 2 の反応曲線 g_2 上の点の中から, 自分の利潤が最大となる点を選択する. 均衡は II. 均衡では, 反応曲線と等利潤線が接している.

先導者と追随者が逆転したとしよう. x_1 と x_2 が入れ替わった状況なので, 企業 2 の等利潤線は, 企業 1 の等利潤線を, 45 度線に関して対称移動したような図になる (図 6.6(2)). 図 6.7 に戻り, シュタッケルベルク均衡を探す. 今度は, 企業 2 が, 企業 1 の反応曲線 g_1 上の点の中から自分の利潤が最大となる点を選択する. 均衡は III.

クールノー均衡は, 反応曲線の交点 I である. 3 つの均衡を比較する. 企業 1 の利潤は, II が最も大きい (性質 (ii)). 次が I, III が最小. 企業 2 の目線では, III, I, II の順. つまり, 先導者になると利潤が増え, 追随者になると利潤が減る. 情報優位を目指しましょう.

問題

逆需要関数を $P = 300 - 2(x_1 + x_2)$ とし, 費用関数を $C_1(x_1) = 40x_1$, $C_2(x_2) = 20x_2$ とする.

(1) 次のシュタッケルベルク均衡での各企業の生産量, 価格, 利潤を求めよ.

- (i) 企業 1 が先導者, 企業 2 が追随者のとき.
- (ii) 企業 2 が先導者, 企業 1 が追随者のとき.

(2) クールノー均衡での各企業の生産量, 価格, 利潤を求めよ.

(3) (1), (2) の 3 つの均衡を, 消費者にとって望ましい順に順位づけせよ.

解答

(1) (i) 企業 2 の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x_2} \pi_2 = [300 - 2(x_1 + x_2)]x_2 - 20x_2 = (280 - 2x_1 - 2x_2)x_2$$

これを解くと,

$$x_2^* = 70 - \frac{1}{2}x_1 \quad (3)$$

企業 1 の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x_1} \pi_1 = [300 - 2(x_1 + x_2^*)]x_1 - 40x_1$$

ただし, x_2^* は, (3) 式で与えられる.

(3) 式を代入すると,

$$\pi_1 = (120 - x_1)x_1$$

となるので, 各企業の生産量は,

$$\begin{cases} x_1^* = 60 \\ x_2^* = 40 \end{cases}$$

均衡価格は, $P^* = 300 - 2(x_1^* + x_2^*) = 100$.

利潤は, $\pi_1 = (P^* - 40)x_1^* = 3600$, $\pi_2 = (P^* - 20)x_2^* = 3200$ (答)

(ii) 企業 1 の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x_1} \pi_1 = [300 - 2(x_1 + x_2)]x_1 - 40x_1 = (260 - 2x_1 - 2x_2)x_1$$

これを解くと,

$$x_1^* = 65 - \frac{1}{2}x_2 \quad (4)$$

企業 2 の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x_2} \pi_2 = [300 - 2(x_1^* + x_2)]x_2 - 20x_2$$

ただし, x_1^* は, (4) 式で与えられる.

(4) 式を代入すると,

$$\pi_2 = (150 - x_2)x_2$$

となるので, 各企業の生産量は,

$$\begin{cases} x_1^* = \frac{55}{2} \\ x_2^* = 75 \end{cases}$$

均衡価格は, $P^* = 300 - 2(x_1^* + x_2^*) = 95$.

利潤は, $\pi_1 = (P^* - 40)x_1^* = 1512.5$, $\pi_2 = (P^* - 20)x_2^* = 5625$ (答)

(2) クールノー均衡は, (3), (4) 式より,

$$\begin{cases} x_1^* = 40 \\ x_2^* = 50 \end{cases}$$

均衡価格は, $P^* = 300 - 2(x_1^* + x_2^*) = 120$.

利潤は, $\pi_1 = (P^* - 40)x_1^* = 3200$, $\pi_2 = (P^* - 20)x_2^* = 5000$ (答)

(3) 3 つの均衡をまとめる.

	x_1	x_2	P	π_1	π_2
(1)(i) シュタッケルベルク均衡 (企業 1 が先導者)	60	40	100	3600	3200
(1)(ii) シュタッケルベルク均衡 (企業 2 が先導者)	27.5	75	95	1512.5	5625
(2) クールノー均衡	40	50	120	3200	5000

消費者にとっては, 価格が低いほど良い. したがって, 1 番は, 企業 2 を先導者とするシュタッケルベルク均衡. 次が, 企業 1 を先導者とするシュタッケルベルク均衡. 最後が, クールノー均衡.

... (答)

花子「技術じゃダメなんだ. 企業って大変」

補論

企業 1 の等利潤曲線 (2) 式を, 平面 (x_1, x_2) 上に図示する.
 x_2 について解く.

$$x_2 = 100 - x_1 - \frac{\pi_1}{2x_1} \quad (5)$$

(5) 式の右边を $f(x_1)$ とおき, x_1 で微分する.

$$f'(x_1) = -1 + \frac{\pi_1}{2x_1^2}$$

増減表は次の通り. したがって, 等利潤曲線は上に凸である (性質 (i)).

x_1	0	$\sqrt{\frac{\pi_1}{2}}$	
$f'(x_1)$		+	0 -
$f(x_1)$		$\nearrow$	極大 $\searrow$

頂点の座標は,

$$(x_1, x_2) = \left(\sqrt{\frac{\pi_1}{2}}, 100 - 2\sqrt{\frac{\pi_1}{2}} \right)$$

したがって, π_1 が大きいほど頂点は右下にある (性質 (ii)).

π_1 を消去すると, 頂点の軌跡が求められる.

$$x_2 = 100 - 2x_1 \Rightarrow x_1 = 50 - \frac{1}{2}x_2$$

これは, 前回求めた企業 1 の反応関数の式 (性質 (iii)).

性質 (iii) の解釈

$x_2 = \bar{x}_2$ (一定) とする. 直線 $x_2 = \bar{x}_2$ 上のすべての点の中で, 企業 1 の利潤が最大となる点が 1 つだけ存在する. どこか? 性質 (i), (ii) より, 等利潤曲線との接点, すなわち頂点である. $\bar{x}_2$ のときの最適生産量なので, 頂点は反応曲線上にある.

これはすべての $\bar{x}_2$ について成立する. したがって, 頂点の軌跡は反応曲線に一致する.