

第3講 企業行動の理論 (2) 利潤最大化 (テキスト p.74-77)

太郎「あの果物屋さん、店閉めちゃったらしいよ」

花子「そういえば、働けば働くほど赤字になるって嘆いてたね」

1. 利潤

収入 (または売上, revenue) から費用を引いたものを利潤 (profit) という。

例 価格 250 円の財を 1,000 個生産し販売するときの収入は 25 万円。価格 p 円の財を q 個生産し販売するときの収入は pq 円。

費用関数を $c = C(q)$ とすると、利潤 π は次式で表せる。

$$\pi = pq - C(q) \quad (1)$$

2. 利潤最大化

「企業は、価格を所与として、技術制約のもとで利潤が最大となるように財の生産量を決定する」という企業の最適化問題は、次のように定式化される。

$$\max_q \pi = pq - C(q) \quad (2)$$

問題 (2) の解 q^* は、価格 p の関数となる。供給関数という。供給関数 $q^* = q(p)$ を (1) 式に代入すると、利潤も価格 p の関数となる。利潤関数という。

問題 1

費用関数を $C(q) = q^2$ とする。

(1) $p = 40$ のとき、問題 (2) の解を求めよ。また、そのときの利潤を求めよ。 ($q^* = 20, \pi^* = 400$)

(2) 供給関数 $q^* = q(p)$ 、利潤関数 $\pi^* = \pi(p)$ を求めよ。 ($q^* = \frac{p}{2}, \pi^* = \frac{p^2}{4}$)

3. 限界費用と供給曲線

供給関数 $q^* = q(p)$ のグラフを供給曲線という。ヨコ軸を生産量 q 、タテ軸を価格 p にする。

供給曲線は、限界費用曲線 (の一部) と一致する (図 3.2)。

(証明) (1) 式を q で微分する。

$$\frac{d\pi}{dq} = p - C'(q) = p - MC(q)$$

MC 曲線が右上がりである部分に注目する。ある価格 p_0 のもとで、 $p_0 = MC(q)$ となる生産量を q_0 とする。

q	q_0		
$\frac{d\pi}{dq}$	+	0	-
π	↗	極大	↘

増減表より、利潤が最大となるのは $q = q_0$ のときである。

一般に、価格 p と最適生産量 q^* の間に、

$$p = MC(q^*) \quad (2)$$

の関係式が成り立つ。つまり、限界費用曲線と供給曲線は一致する。

4. 損益分岐点と生産中止点

前回の復習

1. 平均可変費用曲線 (AVC 曲線) は平均費用曲線 (AC 曲線) の下にある。

2. 限界費用曲線 (MC 曲線) は、 AC 曲線、 AVC 曲線の頂点を通過する。

(1) 式より,

$$\pi = q \left[p - \frac{C(q)}{q} \right] = q[p - AC(q)]$$

したがって, 生産活動をするとき ($q > 0$),

$$\pi \geq 0 \Leftrightarrow p \geq AC(q) \quad (3)$$

利潤が正になるのは AC 曲線の上の領域に限られる. 図 3.2 の点 B では利潤がゼロ. 損益分岐点という. 次に, すでに生産活動をしている企業を考える. 固定費用 $C(0)$ は過去の費用. 企業の直面する費用は可変費用 $C(q) - C(0)$ である. このときの利潤 (操業利潤) を π' とすると,

$$\pi' = pq - [C(q) - C(0)] = q \left[p - \frac{C(q) - C(0)}{q} \right] = q[p - AVC(q)]$$

したがって,

$$\pi' \geq 0 \Leftrightarrow p \geq AVC(q) \quad (4)$$

固定費用の回収をあきらめた上で, 利潤が正になるのは AVC 曲線の上の領域に限られる. 図 3.2 の点 B' よりも価格が下がると, 生産するほど赤字が拡大する. 点 B' を生産中止点という.

以上から, 供給曲線は, 点 B' の右上の MC 曲線 (とタテ軸の一部) で表される. [Q.E.D.]

問題 2 (例 3.1.1)

費用関数が,

$$C(q) = 3q^3 - 9q^2 + 9q + 3$$

のときの供給関数 $q^* = q(p)$ を求め, 供給曲線を平面 (q, p) 上に図示せよ.

解答

まず, 限界費用を求める. $MC = 9q^2 - 18q + 9 = 9(q - 1)^2$

次に, 生産中止点 B' を求める. 点 B' は, AVC 曲線の頂点なので, $AVC = 3q^2 - 9q + 9 = 3\left(q - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$ より, $B'\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$.

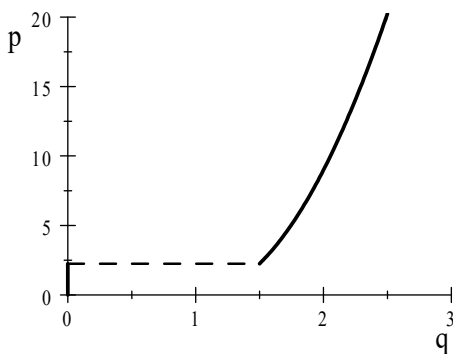
価格 p で場合分けする.

(i) $p \geq \frac{9}{4}$ のとき. 供給曲線の式は, $p = 9(q - 1)^2 \Rightarrow q - 1 = \frac{\sqrt{p}}{3}$ ($\because$ 図より, $q > 1$)

(ii) $p < 9/4$ のときは生産しない.

以上をまとめると, 供給曲線の式とグラフは次の通り.

$$q^* = \begin{cases} 1 + \frac{1}{3}\sqrt{p} & \text{if } p \geq \frac{9}{4} \\ 0 & 0 < p < \frac{9}{4} \end{cases}$$



太郎「果物屋さんの売上が, 可変費用よりも小さくなっちゃったってことか」
