

第3講 余剰分析 (1) (テキスト p.160–166)

 太郎「みかん 20 個ください」

 店主「まいど。2,000 円です」

マーシャルの世界（部分均衡分析）における経済厚生の測り方を学ぶ。分かりやすい。実用的。

1. 消費者の選択と余剰

ヒトの選好 (preference)

(1) 欲が深い。多いに越したことはない。多々益々弁ず【単調性】

(2) 飽きっぽい。消費から得られる満足度（効用 utility）の増分は、消費量が増えるにしたがって逓減する【希少性】

【ポイント】1 つずつ考える。

追加的な消費 1 単位から得られる追加的な効用を、限界効用 (marginal utility) という。

消費量 x	0	1	2	3	4	5
限界効用 MU		200	120	60	40	30
総効用 u	0	200	320	380	420	450

ヨコ軸を x として、限界効用 MU を図示する。限界効用曲線は右下がり【板書】

限界効用を貨幣単位で測るとする。消費者の選択を、次のルールで定式化する。

限界効用 $>$ 消費者価格 $\Rightarrow$ 購入する

限界効用 $<$ 消費者価格 $\Rightarrow$ 購入しない

価格が $p = 100$ のとき、最適消費量は $x^* = 2$ 。最初の消費で 100 円得をする。2 個目の消費で 20 円得をする。合わせて 120 円得をする。消費から得られる余剰の合計を、消費者余剰 (consumer's surplus CS) という。

消費量と総効用の関係を表す式 $u = u(x)$ を効用関数という。効用関数のグラフは右上がり、上に凸【板書】

問題 1 上の例で、消費者価格が $p = 50$ のときの最適消費量と消費者余剰を求めよ。

$x^* = 3$ 。消費者余剰 230 円。

2. 企業の選択と余剰

財を生産するには費用がかかる。費用構造は企業が持つ技術に依存する。費用には、

(1) 固定費用 (fixed cost) 初期費用

(2) 可変費用 (variable cost) 生産量に応じてかかる費用

がある。

追加的な 1 単位の生産にかかる追加的な費用を、限界費用 (marginal cost MC) という。限界費用は (初めのうちは逓減し、その後) 逓増する。

生産量 x	0	1	2	3	4	5
固定費用	100					
限界費用 MC		30	40	60	120	200
総費用 c	100	130	170	230	350	550

ヨコ軸を x として、限界費用 MC を図示する。限界費用曲線は右上がり【板書】

企業の選択を次のルールで定式化する.

生産者価格 > 限界費用 $\Rightarrow$ 生産する

生産者価格 < 限界費用 $\Rightarrow$ 生産しない

価格が $p = 100$ のとき, 最適生産量は $x^* = 3$. 最初の生産で 70 円得をする. 2 個目の生産で 60 円, 3 個目の生産で 40 円得をする. 操業利潤は 170 円, 固定費用を考慮した利潤は 70 円. 操業利潤のことを, 生産者余剰 (producer's surplus PS) という.

生産量と総費用の関係を表す式 $c = C(x)$ を費用関数という. 費用関数のグラフは右上がり, 下に凸【板書】

問題 2 上の例で, 生産者価格が $p = 150$ のときの最適生産量と生産者余剰を求めよ.

$x^* = 4$. 生産者余剰 350 円.

3. 消費者余剰 (161 ページ)

消費者の最適化問題を, 次のように定式化する.

$$\max_{x, y} u = V(x) + y \quad (1)$$

subject to

$$m = px + y \quad (2)$$

x はみかんの消費量, p はみかんの価格, m は所得 (一定), y は貨幣を表す¹. $V'(x) > 0, V''(x) < 0$ とする.

(2) 式を (1) 式に代入すると,

$$\max_x u = V(x) + m - px$$

となる. 最適化の条件は,

$$\frac{du}{dx} = 0 \Rightarrow p = V'(x) \quad (3)$$

である. みかんの限界効用が逓減するので ($V'' < 0$), (3) 式で表される需要曲線は, 平面 (x, p) 上で右下がり (図 5.8).

価格が p_1 のときの消費量を x_1 とする ($p_1 = V'(x_1)$). このときの効用水準は,

$$u = V(x_1) + m - p_1 x_1$$

である. ここで, 我々は,

$$\int_0^{x_1} V'(x) dx = [V(x)]_{x=0}^{x_1} = V(x_1) - V(0)$$

であることを知っている. これを利用すると, 効用水準は,

$$u = \int_0^{x_1} V'(x) dx - p_1 x_1 + m + V(0) \quad (4)$$

と表せる.

第 1 項の定積分は, 需要曲線の下の方積を表す. 第 2 項の消費支出 $p_1 x_1$ は, 長方形の方積. $m + V(0)$ は定数なので省略. 価格が p_1 のとき, 消費者は財を買うことにより, 価格線の上の三角形の方積だけ経済厚生がアップする. 消費者余剰という (consumer's surplus CS).

問題 3 上の設定で, $V(x) = 60x - x^2$ ($0 \leq x \leq 30$) とする.

(1) $p = 40$ のときの需要量および消費者余剰を求めよ.

(2) $p = 20$ のときの需要量および消費者余剰を求めよ.

¹(1) 式のような効用関数を準線型 (quasi-linear) という. 貨幣の限界効用は逓減しないと仮定する.

図 1. 消費者余剰

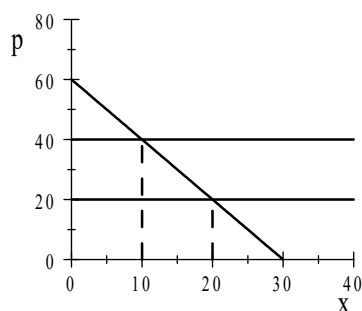


図 2. 生産者余剰

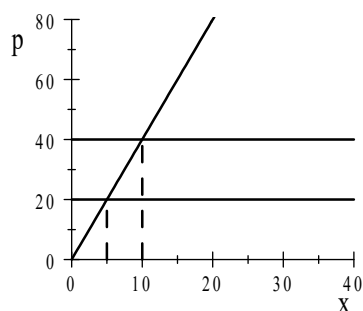
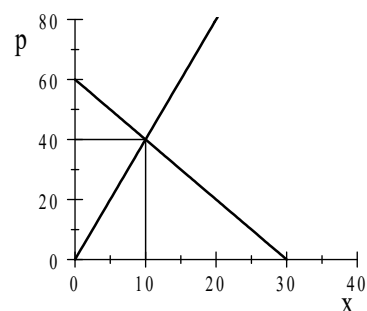


図 3. 市場均衡と社会的余剰



解答

限界効用 $V'(x) = 60 - 2x$ を図示する【図 1】

(1) 効用最大化条件は, $V'(x) = p$. $60 - 2x = 40$ より, $x^* = 10$. 消費者余剰は, 価格線 $p = 40$ の上の三角形の面積だから, $CS = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$.

(2) $60 - 2x = 20$ より, $x^* = 20$. 消費者余剰は, $CS = \frac{1}{2} \times 20 \times 40 = 400$ (答)

4. 生産者余剰 (164 ページ)

企業の最適化問題を, 次のように定式化する.

$$\max_x \pi = px - C(x)$$

x はみかんの生産量, p は価格, $C(x)$ は費用関数, π は利潤を表す. $C'(x) > 0, C''(x) > 0$ とする.

利潤が最大となるのは,

$$\frac{d\pi}{dx} = 0 \Rightarrow p = C'(x) \quad (5)$$

のとき. 限界費用が逓増するので ($C'' > 0$), (5) 式で表される供給曲線は平面 (x, p) 上で右上がり².

価格が p_1 のときの生産量を x_1 とする ($p_1 = C'(x_1)$). このときの利潤は,

$$\pi = p_1 x_1 - C(x_1)$$

である.

ここで, 我々は,

$$\int_0^{x_1} C'(x) dx = [C(x)]_{x=0}^{x_1} = C(x_1) - C(0)$$

であることを知っている. これを利用すると, 利潤は,

$$\pi = p_1 x_1 - \int_0^{x_1} C'(x) dx - C(0) \quad (6)$$

となる.

第 1 項の収入 $p_1 x_1$ は, 長方形の面積. 第 2 項の定積分は, 限界費用曲線の下での面積. 固定費用 $C(0)$ は定数なので省略. 価格が p_1 のとき, 企業は財を生産することにより, 価格線の下での三角形の面積だけ利潤が生ずる. 生産者余剰という (producer's surplus PS).

問題 4 上の設定で, $C(x) = 2x^2$ とする.

(1) $p = 40$ のときの供給量, および生産者余剰を求めよ.

(2) $p = 20$ のときの供給量, および生産者余剰を求めよ.

²一般的な供給曲線については, 図 5.9 を参照.

解答

限界費用 $C'(x) = 4x$ を図示する【図 2】

(1) 利潤最大化条件は, $p = C'(x)$. $40 = 4x$ より, $x^* = 10$. 生産者余剰は, 価格線 $p = 40$ の下の三角形の面積だから, $PS = \frac{1}{2} \times 10 \times 40 = 200$.

(2) $20 = 4x$ より, $x^* = 5$. 生産者余剰は, $PS = \frac{1}{2} \times 5 \times 20 = 50$ (答)

5. 社会的余剰

消費者余剰と生産者余剰の合計を, 社会的余剰という (social surplus SS). 社会的余剰は, 図 5.10 の三角形 SDE の面積で表される. 市場均衡では, 社会的余剰が最大となる. 余剰が最大という意味で, 市場均衡は効率的である.

問題 5

ある財の市場需要曲線が $D: p = 60 - 2x$, 市場供給曲線が $S: p = 4x$ であるとする.

(1) 均衡価格を求めよ.

(2) 市場均衡における消費者余剰 CS , 生産者余剰 PS , 社会的余剰 SS を, それぞれ求めよ.

(3) 市場均衡において, 社会的余剰が最大となることを確かめよ.

解答

需要曲線, 供給曲線を図示する【図 3】

(1) $60 - 2x = 4x$ より, $x^* = 10$. 均衡価格は, $p^* = 40$.

(2) $CS = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$. $PS = \frac{1}{2} \times 10 \times 40 = 200$. $SS = 300$.

(3) たとえば, $(x, p) = (5, 50)$ で取引がなされたとする. 消費者余剰は, 価格線 $p = 50$ の上の三角形の面積. 生産者余剰は, 価格線 $p = 50$ の下の台形の面積. 合計すると, 社会的余剰は 225. 市場均衡に比べ, 社会的余剰が 75 少ない. 同じようにして, たとえば, $(x, p) = (5, 20), (20, 20), (20, 80)$ における社会的余剰を調べる. ... (答)

花子「今, 太郎と店主に余剰が発生した」

補足 問題 5 (3) の証明

(4), (6) 式より, 任意の取引量と価格 (x_1, p_1) における社会的余剰は,

$$SS = \left[\int_0^{x_1} V'(x) dx - p_1 x_1 \right] + \left[p_1 x_1 - \int_0^{x_1} C'(x) dx \right] = \int_0^{x_1} [V'(x) - C'(x)] dx$$

と表される. 社会的余剰は, x_1 の関数であり, p_1 に依存しない.

x_1 で微分する. 定積分で表された関数の微分法より,

$$SS'(x_1) = \frac{d}{dx_1} \int_0^{x_1} [V'(x) - C'(x)] dx = V'(x_1) - C'(x_1)$$

限界効用 $V'(x_1)$ は右下がり. 限界費用は $C'(x_1)$ は右上がり. $V'(x_1) > C'(x_1)$ のとき, x_1 を増やすと SS が増える. $V'(x_1) < C'(x_1)$ のとき, x_1 を増やすと SS が減る. SS が最大になるのは,

$$V'(x_1) = C'(x_1)$$

のとき. つまり, 市場均衡で社会的余剰は最大となる.