第 6 講の補足．国債償還と元金払い

命題　償還時の元金払いを考慮しても (9.1) 式は成立する.

証明

t 期の政府の予算制約式と，t 期期首の国債残高を分けて考える．

(1) 1 期償還のとき

$$T_t + x_{t+1} = G_t + (1+r)x_t \tag{A12}$$

x_{t+1} t 期に発行し，$t+1$ 期に償還する国債
x_t $t-1$ 期に発行し，t 期に償還する国債

t 期期首の国債残高

$$B_t = x_t \tag{A13}$$

(A13) 式を用いると，(A12) 式から次式を得る．

$$T_t + B_{t+1} = G_t + (1+r)B_t$$

(2) 2 期償還のとき

$$T_t + x_{t+2} = G_t + (1+r)x_t + rx_{t+1} \tag{A14}$$

$(1+r)x_t$ が元利払い，rx_{t+1} が利払いを表す.
t 期期首の国債残高

$$B_t = x_t + x_{t+1} \tag{A15}$$

(A14) 式の両辺に x_{t+1} を加える．(A15) 式を用いると，次式を得る．

$$T_t + B_{t+1} = G_t + (1+r)B_t$$

(3) i 期償還のとき（$i = 1, 2, ...$）

$$T_t + x_{t+i} = G_t + (1+r)x_t + r(x_{t+1} + x_{t+2} + \cdots + x_{t+i-1}) \tag{A16}$$

t 期期首の国債残高

$$B_t = x_t + x_{t+1} + x_{t+2} + \cdots + x_{t+i-1} \tag{A17}$$

(A16) 式の両辺に $(x_t + x_{t+1} + x_{t+2} + \cdots + x_{t+i-1})$ を加える．(A17) 式を用いると，次式を得る．

$$T_t + B_{t+1} = G_t + (1+r)B_t$$

以上から，任意の償還期間について，(9.1) 式が成立する．[Q.E.D.]