

## 第 6 講 国債 (1) 財政の維持可能性

花子「国債って国の借金だよな。日本は多いって聞くけど、返せるのかな」

太郎「誰も困らないなら、返さなくてもいいんじゃないの」

$t$  期の政府の予算制約式

$$T_t + x_t = G_t + rB_t \quad (\text{A1})$$

$T_t$  税,  $x_t$  公債金 (新規国債発行),  $G_t$  政府支出,  $r > 0$  利子率 (一定),  $B_t$  期首の国債残高

(A1) 式の左辺が歳入を表し, 右辺が歳出を表す.

公債金と国債残高の関係式

$$B_{t+1} = B_t + x_t \quad (\text{A2})$$

(A2) 式を (A1) 式に代入して,  $x_t$  を消去する.

$$B_{t+1} = (1+r)B_t + G_t - T_t \quad (\text{9.1})$$

均衡予算を仮定する.

$$T_t = G_t \quad (\text{A3})$$

(9.1) 式より,

$$B_t = B_0(1+r)^t \quad (\text{A4})$$

を得る.  $\{B_t\}$  は,  $(1+r)$  を公比とする等比数列.  $t \rightarrow \infty$  のとき無限大に発散する.

現実的には, (A3) 式は成立しない. 「税マイナス政府支出」

$$A_t = T_t - G_t \quad (\text{A5})$$

を, 基礎的財政収支 (プライマリ・バランス) という.

(A1) 式を用いると,

$$A_t = rB_t - x_t \quad (\text{A6})$$

と表すこともできる. 右辺は, 「国債費マイナス公債金」を意味する.

(A5) 式を (9.1) 式に代入する.

$$B_{t+1} = (1+r)B_t - A_t \quad (\text{A7})$$

(A7) 式が国債残高  $B_t$  の基本方程式. 利子率が高いと国債残高は急増する. プライマリ・バランスを黒字にすると, 国債の累積を抑えることができる.

仮定 1. 経済成長率  $g > 0$  は一定.

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1 + g \quad (\text{A8})$$

仮定 2. プライマリ・バランス対 GDP 比率はマイナスで一定.

$$\frac{A_t}{Y_t} = -a < 0$$

国債残高対 GDP 比率を  $b_t$  とおく.

$$b_t = \frac{B_t}{Y_t} > 0$$

$b_t$  が長期的に収束するとき, 財政は維持可能であると定義する.

(A7) 式の両辺を  $Y_t$  で割る. (A8) 式より,  $Y_t = Y_{t+1}/(1+g)$  なので,

$$(1+g)b_{t+1} = (1+r)b_t + a \quad (\text{A9})$$

を得る.

(A9) 式は, 隣接 2 項間漸化式. 一般解を求めることができる.

(i)  $r = g$  のとき

(A9) 式より,

$$b_{t+1} = b_t + \frac{a}{1+r}$$

数列  $\{b_t\}$  は,  $a/(1+r) > 0$  を公差とする等差数列. 一般項は,  $b_t = b_0 + at/(1+r)$ . 無限大に発散する.

(ii)  $r \neq g$  のとき

(A9) 式で,  $b_{t+1} = b_t = b^*$  とおくと,

$$(1+g)b^* = (1+r)b^* + a \quad \Rightarrow \quad b^* = \frac{a}{g-r} \quad (\text{A10})$$

(A9) 式は次のように変形できる.

$$b_{t+1} - b^* = \frac{1+r}{1+g} (b_t - b^*)$$

数列  $\{b_t - b^*\}$  は,  $(1+r)/(1+g)$  を公比とする等比数列. 一般項は,

$$b_t - b^* = (b_0 - b^*) \left( \frac{1+r}{1+g} \right)^t \quad (\text{A11})$$

$r > g$  のとき,  $b_0 > b^*$  のもとで,  $\lim_{t \rightarrow \infty} b_t = \infty$ .

$r < g$  のとき,  $\lim_{t \rightarrow \infty} b_t = b^*$ .

以上から, 財政が維持可能であるのは,  $r < g$  のときに限られる. ドーマーの条件という.

## 問題

マーストリヒト条約では, EU への加盟の条件として,

(1) 国債残高対 GDP 比率が 60 パーセント以下

(2) 財政赤字対 GDP 比率が 3 パーセント以下

という財政健全化基準を設けている.

財政赤字対 GDP 比率を 3 パーセントに固定するとき ( $a = 0.03$ ), 長期的に条件 (1) が成立するための経済成長率に関する条件を求めよ.

$$g \geq r + 0.05$$

---

花子「完済する必要はないってことね」

太郎「ドーマーの条件ってちょっとかつこいい」

---