第 6 講　企業行動の理論 (5) 利潤最大化ふたたび

花子「企業の生産計画について理解したわ」
太郎「仕入計画についても分かった」
花子「生産と仕入を分けて考える必要ってあるのかな」

企業は，価格を所与として，技術制約のもとで利潤が最大となるように生産要素の投入量を決定する．

1. 生産要素が 1 つのとき

労働のみを用いてリンゴを生産する．生産関数を，

$$q = f(L) \tag{1}$$

とする (L 労働，q 生産量)．

リンゴの価格を p，賃金率を w，固定費用を c_0 とする．利潤最大化問題は次のように定式化される．

$$\max_{L} \quad \pi = pf(L) - (wL + c_0)$$

最適化条件は，

$$f'(L) = \frac{w}{p} \tag{2}$$

である．右辺は，リンゴで測った賃金率を表す．実質賃金率という．(2) 式は，労働の限界生産性が実質賃金率に一致する水準で，労働需要が決まることを意味する．

$f''(L) < 0$ より，労働の限界生産性は右下がり（図 3.8）．(2) 式を解くと，労働需要関数 $L^* = L(\frac{w}{p})$ が得られる．労働需要は実質賃金率の減少関数である．

(2) 式は，

$$p = \frac{w}{f'(L)} \tag{3}$$

と変形できる．右辺は限界費用 MC を表す[1]．したがって，第 3 講の利潤最大化条件に一致する．

問題 1　生産関数を $q = f(L) = AL^{\frac{1}{2}}$ とする ($A > 0$ は定数)．

(1) 利潤最大化条件を求めよ．

(2) 労働需要関数 $L(w/p)$ を求めよ．

(3) 生産物価格が 2 倍になるとき，労働需要，生産量はそれぞれ何倍になるか．

---

[1](1) 式より，要素需要 $L = L(q)$ が得られる．費用関数は，$C(q) = wL(q) + c_0$，限界費用は，$MC = wL'(q)$ である．他方，(1) 式の両辺を q で微分すると，合成関数の微分法より，

$$1 = f'(L)L'(q)$$

が成り立つ．したがって，

$$MC = \frac{w}{f'(L)}$$

が成立する．

2. 生産要素が 2 つのとき

資本と労働を用いてリンゴを生産する．生産関数を，

$$q = F(K, L) \tag{4}$$

とする (K 資本，L 労働，q 生産量)．

リンゴの価格を p，賃金率を w，資本レンタル率を r とする．固定費用をゼロとすると，利潤最大化問題は次のように定式化される．

$$\max_{K,\,L} \quad \pi = pF(K, L) - (wL + rK) \tag{5}$$

最適化条件は，

$$F_K(K, L) = \frac{r}{p} \tag{6.1}$$

$$F_L(K, L) = \frac{w}{p} \tag{6.2}$$

である．ただし，$F_K = \frac{\partial F}{\partial K}$, $F_L = \frac{\partial F}{\partial L}$ である．

(6.1), (6.2) 式は，各生産要素の限界生産性がその実質価格と一致する水準で，要素需要が決まることを意味する．(6.1), (6.2) 式を解くと，要素需要関数

$$K^* = K(r, w, p)$$
$$L^* = L(r, w, p)$$

が得られる．これらを (4) 式の生産関数に代入すると，供給関数 $q = S(p)$ が求められる．

$$q = F(K^*, L^*) = S(p)$$

問題 2　生産関数を $q = F(K, L) = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}}$ とする．

(1) 利潤最大化条件を求めよ．

(2) 要素需要関数を求めよ．　($K^* = p^4/(2^6 w^2 r^2)$, $L^* = p^4/(2^5 w^3 r)$)

(3) 供給関数を求めよ．　($q = p^3/(2^4 w^2 r)$)

命題（要素需要関数の一般的性質）

価格がすべて t 倍になるとき ($t > 0$)，要素需要は不変である．

(証明) 価格体系 (tw, tr, tp) のもとでの企業の利潤最大化問題は，

$$\max_{K,\,L} \quad \pi = tp \cdot F(K, L) - tw \cdot L - tr \cdot K = t[pF(K, L) - (wL + rK)]$$

と定式化される．これは，上の (5) の問題と同値．解も同じ［Q.E.D.］

太郎「分ける必要はないってのは分かったけど，分けて考えた方が分かりやすいってのが分かった」

問題 1 の解答

(1)

$$\frac{1}{2}AL^{-\frac{1}{2}} = \frac{w}{p}$$

(2)

$$L^* = \left(\frac{Ap}{2w}\right)^2$$

(3) 労働需要は 4 倍，生産量は 2 倍になる．

問題 2 の解答

(1)

$$\frac{1}{4}K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{2}} = \frac{r}{p} \tag{A1}$$

$$\frac{1}{2}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{1}{2}} = \frac{w}{p} \tag{A2}$$

(2) 辺々割ると，

$$\frac{L}{2K} = \frac{r}{w} \tag{A3}$$

(A2) 式の両辺を 4 乗する．

$$K = \left(\frac{2w}{p}\right)^4 L^2 \tag{A4}$$

(A3), (A4) 式より，

$$K^* = \frac{p^4}{2^6 w^2 r^2}$$

$$L^* = \frac{p^4}{2^5 w^3 r}$$

(3) (2) の式を生産関数に代入する．

$$\begin{aligned} q &= \left(\frac{p^4}{2^6 w^2 r^2}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{p^4}{2^5 w^3 r}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{p^3}{2^4 w^2 r} \end{aligned}$$