「初級ミクロ経済学 1」（宮澤和俊）　2020/6/22

第 16 講　公共経済 (1) 余剰分析（テキスト p.160 - 166）

太郎「みかん 20 個ください」
店主「まいど．2,000 円です」

マーシャルの世界 (部分均衡分析) における経済厚生の測り方を学ぶ．分かりやすい．実用的．

1. 消費者余剰

消費者の最適化問題を，次のように定式化する．

$$\max_{x,\,y} \quad u = V(x) + y \tag{1}$$

subject to

$$m = px + y \tag{2}$$

x はある財の消費量，p はその価格，m は所得（一定），y は貨幣を表す[1]．(2) 式を (1) 式に代入すると，

$$\max_{x} \quad u = V(x) + m - px$$

となる．最適化の条件は,

$$p = V'(x) \tag{3}$$

である．限界効用が逓減するとき（$V'' < 0$），(3) 式で表される需要曲線は，平面 (x, p) 上で右下がりになる（図 5.8）．

価格が p_1 のときの間接効用関数は,

$$u = V(x_1) + m - p_1 x_1$$

である．ただし，$p_1 = V'(x_1)$．ここで，我々は,

$$\int_0^{x_1} V'(x)dx = [V(x)]_{x=0}^{x_1} = V(x_1) - V(0)$$

であることを知っている．これを利用すると,

$$u = \int_0^{x_1} V'(x)dx - p_1 x_1 + m + V(0) \tag{4}$$

となる．

第 1 項の定積分は，需要曲線の下の面積を表す．第 2 項の消費支出 $p_1 x_1$ は，長方形の面積. $m + V(0)$ は定数なので省略．価格が p_1 のとき，消費者は財を買うことにより，価格線の上の三角形の面積だけ経済厚生がアップする．消費者余剰という (consumer surplus, CS).

問題 *1*　上の設定で，$V(x) = 60x - x^2$ $(0 \leqq x \leqq 30)$ とする．

(1) $p = 40$ のときの需要量および消費者余剰を求めよ．

(2) $p = 20$ のときの需要量および消費者余剰を求めよ．

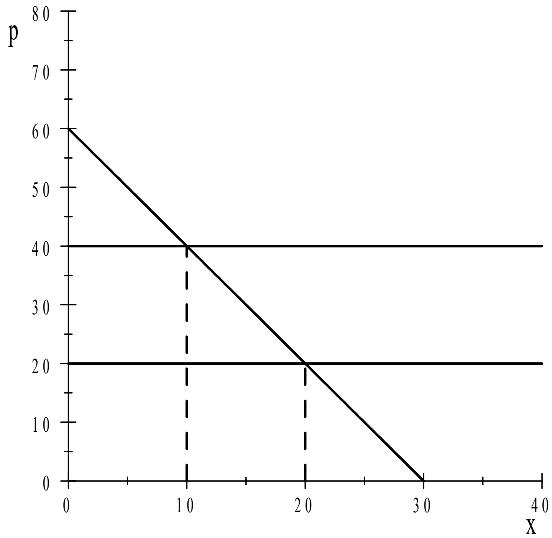
---

[1] (1) 式のような効用関数を準線型 (quasi-linear) という．貨幣の限界効用は逓減しないと仮定する．

解答

限界効用 $V'(x) = 60 - 2x$ を図示する．

図 1. 消費者余剰



(1) 効用最大化条件は，$V'(x) = p$．$60 - 2x = 40$ より，$x^* = 10$．消費者余剰は，価格線 $p = 40$ の上の三角形の面積だから，

$$CS = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$$

(2) $60 - 2x = 20$ より，$x^* = 20$．消費者余剰は，

$$CS = \frac{1}{2} \times 20 \times 40 = 400$$

$\cdots$（答）

2. 生産者余剰

企業の最適化問題を，次のように定式化する．

$$\max_x \quad \pi = px - C(x)$$

x は生産量，p は価格，$C(x)$ は費用関数である．最適化の条件は，

$$p = C'(x) \tag{5}$$

である．限界費用が逓増するとき（$C'' > 0$），(5) 式で表される供給曲線は平面 (x, p) 上で右上がりになる[2]．

価格が p_1 のときの利潤は，

$$\pi = p_1 x_1 - C(x_1)$$

である．ただし，$p_1 = C'(x_1)$．ここで，我々は，

$$\int_0^{x_1} C'(x)dx = [C(x)]_{x=0}^{x_1} = C(x_1) - C(0)$$

[2]一般的な供給曲線については，図 5.9 を参照．

であることを知っている．これを利用すると，

$$\pi = p_1 x_1 - \int_0^{x_1} C'(x)dx - C(0) \tag{6}$$

となる．

第 1 項の収入 $p_1 x_1$ は，長方形の面積．第 2 項の定積分は，供給曲線の下の面積．固定費用 $C(0)$ は定数なので省略．価格が p_1 のとき，企業は財を生産することにより，価格線の下の三角形の面積だけ利潤が生ずる．生産者余剰という (producer surplus, PS).

問題 *2*　上の設定で，$C(x) = 2x^2$ とする．

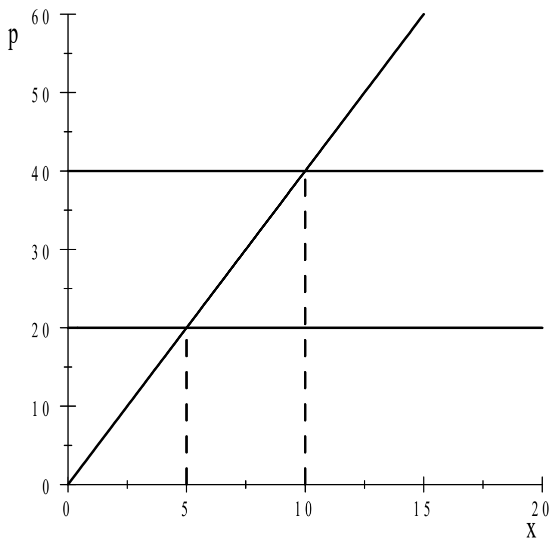
(1) $p = 40$ のときの供給量，および生産者余剰を求めよ．

(2) $p = 20$ のときの供給量，および生産者余剰を求めよ．

解答

限界費用 $C'(x) = 4x$ を図示する．

図 2. 生産者余剰



(1) 利潤最大化条件は，$p = C'(x)$．$40 = 4x$ より，$x^* = 10$．生産者余剰は，価格線 $p = 40$ の下の三角形の面積だから，

$$PS = \frac{1}{2} \times 10 \times 40 = 200$$

(2) $20 = 4x$ より，$x^* = 5$．生産者余剰は，

$$PS = \frac{1}{2} \times 5 \times 20 = 50$$

$\cdots$（答）

3. 社会的余剰

消費者余剰と生産者余剰の合計を，社会的余剰という (Social surplus, SS)．社会的余剰は，図 5.10 の三角形 SDE の面積で表される．市場均衡では，社会的余剰が最大となる．余剰が最大という意味で，市場均衡は効率的である．

問題 *3*

　ある財の市場需要曲線が $D : p = 60 - 2x$，市場供給曲線が $S : p = 4x$ であるとする．

　(1) 均衡価格を求めよ．

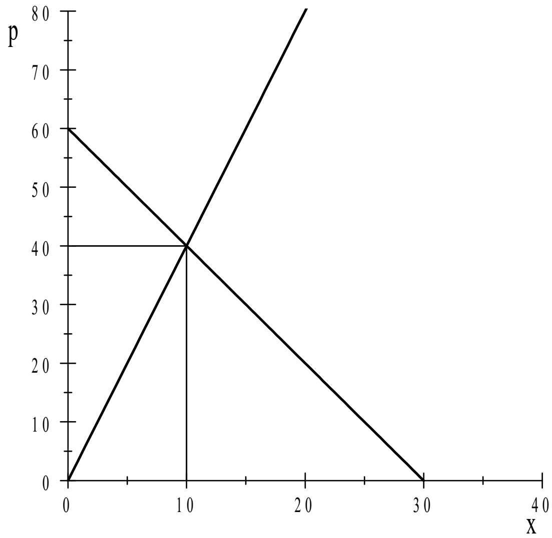
　(2) 市場均衡における消費者余剰 CS，生産者余剰 PS，社会的余剰 SS を，それぞれ求めよ．

　(3) 市場均衡において，社会的余剰が最大となることを確かめよ．

解答

　需要曲線，供給曲線を図示する．

図 3. 市場均衡と社会的余剰



　(1) $60 - 2x = 4x$ より，$x^* = 10$．均衡価格は，$p^* = 40$．

　(2) $CS = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$．$PS = \frac{1}{2} \times 10 \times 40 = 200$．$SS = 300$．

　(3) たとえば，$(x, p) = (5, 50)$ で取引がなされたとする．消費者余剰は，価格線 $p = 50$ の上の三角形の面積．生産者余剰は，価格線 $p = 50$ の下の台形の面積．合計すると，社会的余剰は 225．市場均衡に比べ，社会的余剰が 75 少ない．同じようにして，たとえば，$(x, p) = (5, 20), (20, 20), (20, 80)$ における社会的余剰を調べる．　$\cdots$ （答）

花子「今，太郎と店主に余剰が発生した」

問題 3 (3) の補足

　(4), (6) 式より，(x_1, p_1) における社会的余剰は，

$$SS = \left[\int_0^{x_1} V'(x)dx - p_1 x_1 \right] + \left[p_1 x_1 - \int_0^{x_1} C'(x)dx \right] = \int_0^{x_1} [V'(x) - C'(x)]dx$$

と表される．社会的余剰は，x_1 の関数である．

　x_1 で微分する．定積分で表された関数の微分の公式より，

$$SS'(x_1) = \frac{d}{dx_1} \int_0^{x_1} [V'(x) - C'(x)]dx = V'(x_1) - C'(x_1)$$

　限界効用 $V'(x_1)$ は右下がり．限界費用は $C'(x_1)$ は右上がり．$V'(x_1) > C'(x_1)$ のとき，x_1 を増やすと SS が増える．$V'(x_1) < C'(x_1)$ のとき，x_1 を増やすと SS が減る．SS が最大になるのは，

$$V'(x_1) = C'(x_1)$$

のとき．つまり，市場均衡で社会的余剰は最大となる．