

第 22 講 ゲームの理論 (2) 展開型ゲーム

先生「逐次手番ゲーム, Extensive form game を説明します. あと, 繰返しゲームも」

太郎「将棋かな? 面白そう」

花子「私, ルール知らない」

1. 手番のあるナッシュ均衡

		太郎			
		男	映画	サッカー	
花子	映画	100, 50	20, -10		
	サッカー	0, 0	50, 100		

前回紹介した男女の争いゲームに手番を導入する. 最初に, 花子が映画, サッカーのいずれかを選ぶ. 次に太郎が, 花子の選択に応じて, 映画, サッカーのいずれかを選択する. 利得が確定する. ゲームの構造は樹形図で表現できる (板書参照).

後手番の太郎の立ち位置は, 先手番の花子の選択に依存する. 花子が映画を選択したときの太郎を P 太郎, 花子がサッカーを選択したときの太郎を Q 太郎とする. 太郎の戦略とは, 単なる映画, サッカーの選択ではない. P 太郎の選択と Q 太郎の選択をペアにして, すべての可能性を書き尽くさなければならぬ. たとえば, P 太郎が映画, Q 太郎がサッカーを選択するという戦略を, (映, サ) と表記するとしよう. 太郎の戦略は 4 通り. ゲームは次のような標準型ゲームとして表現できる.

		太郎			
		(映, 映)	(映, サ)	(サ, 映)	(サ, サ)
花子	映画	100, 50			20, -10
	サッカー	0, 0			50, 100

問題 1 利得表を完成し, ナッシュ均衡を求めよ.

2. 信用されない脅し

(サッカー, (サ, サ)) はナッシュ均衡である. いったん均衡が達成されると, 花子も太郎も戦略を変える誘因を持たないから. しかし, この均衡は現実的だろうか. 太郎の (サ, サ) 戦略は, 一種の脅しである. 花子が脅しを信じれば, サッカーを選んでくれる. しかし, 花子が映画を選び, 太郎の立ち位置が点 P で確定したとすると, 戦略 (サ, サ) はもはや脅しとして通用しない. 信用されない脅し (incredible threat) という. 均衡概念を改良した方がよい.

3. 部分ゲーム完全均衡

樹形図を下から部分に分けて最適戦略を導出する. P 太郎の選択は映画, Q 太郎の選択はサッカー. 太郎の最適戦略は (映, サ) である. このとき, 花子の最適戦略は映画である. 均衡は (映画, (映, サ)) の 1 つ. 部分ゲーム完全均衡 (subgame perfect equilibrium) という. 後手番のプレーヤーから順に問題を解いていくので, 後ろ向き帰納法 (backward induction) という¹.

¹第 15 講のシュタッケルベルク均衡を参照せよ.

問題 2 (ゼロ和ゲーム)

		花子	
		遊ぶ	遊ばない
太郎	遊ぶ	40, -40	-10, 10
	遊ばない	-30, 30	20, -20

太郎を先手番, 花子を後手番とする. 樹形図を作成し, 部分ゲーム完全均衡を求めよ².

4. 繰り返しゲーム

		太郎	
		協調 C	非協調 N
花子	協調 C	100, 100	0, 150
	非協調 N	150, 0	50, 50

花子と太郎が, 協調 C, 非協調 N を選択する同時手番ゲームを考える. ナッシュ均衡は (N, N). 望ましい均衡 (C, C) は達成されない. 世の中そんなに非協調ばかりだろうか. そうは思わない. 日本人は助け合って生きている. 囚人のジレンマを解消するアイデアはないか.

上のゲームを何度も繰り返すゲームを考える. 以下の戦略を仮定する³.

- (1) 相手が協調すれば, こちらも協調する.
- (2) 相手が非協調を選択したら, 次回からはずっと非協調を選択する.

最初の状態を (C, C) とする. この状態は, 将来的に維持されるだろうか. 結論は, 個人が将来をどのくらい重視するかに依存する. 割引因子を $0 < \delta < 1$ とする.

(C, C) が繰り返される時, 総利得の割引現在価値は,

$$100 + 100\delta + 100\delta^2 + \dots = \frac{100}{1 - \delta}$$

である.

非協調を選択し, 短期的に大きな利得を得たのち, (N, N) が繰り返される時, 総利得の割引現在価値は,

$$150 + 50\delta + 50\delta^2 + \dots = \frac{150 - 100\delta}{1 - \delta}$$

である. 上の方が大きくなるのは,

$$\frac{1}{2} < \delta < 1 \tag{1}$$

のとき. (1) 式が満たされる時, 太郎も花子も協調関係を壊す誘因を持たない. (C, C) は維持される. δ が大きいとは, 将来を重視するということである. 目先の利益にとらわれず, 将来を重視する姿勢を持ちましょう.

花子「週末, 映画観にいかない？」

太郎「喜んで」

講義資料 <http://www1.doshisha.ac.jp/~kmiyazaw/>

²後手番が得をするゲームもある. second mover advantage という.

³しつぱ返し戦略, あるいは, トリガー戦略という.