「初級ミクロ経済学 4」(宮澤和俊) 2019/7/1

第 19 講　不確実性 (1) 期待効用

先生「10% の確率で 100 万円が当たるくじがあります．いくらなら買ってもよいと思いますか」
太郎「そりゃ10 万円でしょ」
花子「私は 3 万円かな」

---

1. 期待効用 (Expected Utility)

確率 α_1 で x_1 円，確率 α_2 で x_2 円が当たるくじがあるとする $(\alpha_1+\alpha_2=1)$．このくじに対する期待効用を，

$$EU=\alpha_1 U(x_1)+\alpha_2 U(x_2) \tag{1}$$

と定義する．$U(x)$ は，確実な所得 x 円が得られるときの効用を表す．(1) 式は，個人は不確実な状況で，所得の期待値ではなく，効用の期待値に関心を持つと仮定している．期待効用仮説という．

例　10% の確率で 100 万円が当たるくじがある．効用関数を $U(x)=\sqrt{x}$ とすると，このくじの期待効用は，

$$0.1\times\sqrt{1000000}+0.9\times\sqrt{0}=100$$

2. くじの私的な価格（確実性等価）

くじの期待効用と同じ効用水準を与える確実な所得を x^* とする．

$$\alpha_1 U(x_1)+\alpha_2 U(x_2)=U(x^*) \tag{2}$$

x^* は，くじのために払ってもよいと思う価格（の最大値）を表している．確実性等価 (certainty equivalent) という．

例　上の例のケースでは，$\sqrt{x}=100$ を解いて，確実性等価は，$x=10,000$ 円．

問題 *1*

10% の確率で 100 万円が当たるくじがある．花子さんは確実な所得 x 円に対して $U(x)=x^{\frac{2}{3}}$ の効用を得るとする．花子さんが払ってもよいと思う，くじの最高価格 (確実性等価) を求めよ．ただし，$\sqrt{10}=3.16$ を用いよ．

3. 図による理解（図 8.1, 8.2, 8.3）

作図の仕方

(1) ヨコ軸上に x_1, x_2 をとる．

(2) タテ軸上に $U(x_1), U(x_2)$ をとる．

(3) 内分点 $\alpha_1 U(x_1) + \alpha_2 U(x_2)$ をタテ軸上にとる[1]．

(4) 右にいって，曲線から下に下ろしたところが，確実性等価 x^*．

(5) 右にいって，線分 A_1A_2 から下に下ろしたところが，期待値 $x^e = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$．

効用関数 $U(x)$ の性質により，個人のリスクに対する態度を分類できる．

$$\begin{aligned}
\text{リスク回避的 (risk averse)} &\quad\Leftrightarrow\quad U''(x) < 0 \text{（上に凸）} \\
\text{リスク中立的 (risk neutral)} &\quad\Leftrightarrow\quad U''(x) = 0 \text{（直線）} \\
\text{リスク愛好的 (risk loving)} &\quad\Leftrightarrow\quad U''(x) > 0 \text{（下に凸）}
\end{aligned}$$

（理由）図より，期待値 x^e と確実性等価 x^* の大小関係は次のように分類できる．

$$\begin{aligned}
\text{リスク回避的} &\quad\Leftrightarrow\quad x^* < x^e \\
\text{リスク中立的} &\quad\Leftrightarrow\quad x^* = x^e \\
\text{リスク愛好的} &\quad\Leftrightarrow\quad x^* > x^e
\end{aligned}$$

リスク中立的な個人は，期待値 x^e でくじを買ってもよいと考える．リスク回避者は期待値 x^e では買わない．リスク愛好者は，期待値よりも高い価格を払ってもよいと考える．言葉と整合的．

4. リスクプレミアム

ある個人が，10% の確率で 100 万円が当たるくじを持っている．効用関数が $U(x) = \sqrt{x}$ のとき，彼は，確実性等価 $x^* = 10,000$ 円でくじを売ってもよいと考える（はず）[2]．

くじを購入する経済主体を，保険会社と呼ぼう．保険会社は，大量のくじを個人から購入することで，くじ 1 本あたり平均して，$x^e - x^* = 90,000$ 円儲けることができる．差額 $(x^e - x^*)$ を，リスクプレミアムという．

取引の前後で，個人は無差別．保険会社の利潤の分だけ社会的余剰が増える．保険は，経済厚生を改善する制度である．

問題 *2*

上の例で，保険市場が完全競争的であるとする．このとき，

(i) くじの取引価格は，$x^e = 100,000$ 円になる．

(ii) 上と同じだけ社会的余剰が増える．

なぜそうなるのか，理由を説明せよ．

花子「私の効用関数が，先生にバレた」

太郎「リスクプレミアムって，ちょっとかっこいい」

講義資料　http://www1.doshisha.ac.jp/~kmiyazaw/

[1] 数直線上に 2 点 $A(a)$，$B(a)$ をとる．線分 AB を，$t : (1-t)$ に内分する点を $C(c)$ とすると，$c = (1-t)a + tb$ が成り立つ．

[2] 人間は，同じモノであっても，売値（所有物への評価額）を買値（非所有物への評価額）よりも高くする傾向がある．興味のある人は，行動経済学のテキストを読んでください．