

第4講 消費者行動の理論(3) 予算制約と効用最大化

花子さんと太郎くんは、フルーツパーティの買い出しのため、スーパーに来ている。
 予算は3,000円。リンゴは1個200円、ミカンは1個100円で売られている。
 花子さん「うーん。それぞれ10個ずつでどう」
 太郎くん「リンゴ買い過ぎでしょ。リンゴ5個、みかん20個がベスト」

1. 予算制約式と予算線

与えられた所得、価格のもとで2つの財を消費する。消費可能な財の組合せ (x_1, x_2) はいくつもある。所得を m (円)、財1の価格を p_1 (円)、財2の価格を p_2 (円)とする。消費可能な組合せは、数式を用いると、

$$m \geq p_1x_1 + p_2x_2 \quad (1)$$

と表現できる。(1)式を満たす第1象限および両軸上の領域を消費可能集合 (consumption possibility set) という。特に、所得を残らず消費するとき、消費可能な組合せは、

$$m = p_1x_1 + p_2x_2 \quad (2)$$

と表現できる。(2)式を予算制約式という¹。(2)式を平面 (x_1, x_2) 上に描いたものを予算線という(図2.7)。

予算線の性質

- (i) 右下がり。傾き $-p_1/p_2$ 。
- (ii) ヨコ軸との切片 m/p_1 、タテ軸との切片 m/p_2 。

比較静学

(i) 所得効果

所得 m が増加したとする。予算線は右上に平行移動する。

(ii) 価格効果

価格 p_1 が上昇したとする。予算線はタテ軸との切片を中心に内側に回転する。

価格 p_2 が上昇したとする。予算線はヨコ軸との切片を中心に内側に回転する。

問題 1

$(m, p_1, p_2) = (3000, 200, 100)$ のとき、予算制約式は、

$$3000 = 200x_1 + 100x_2$$

となる。 x_1 はリンゴの消費量を、 x_2 はみかんの消費量を表す。

(1) 平面 (x_1, x_2) 上に予算線を図示せよ。

(2) 価格が一定のもとで、所得が $m = 4000$ になったときの予算線を図示せよ。

(3) 所得が一定のもとで、リンゴの価格が $p_1 = 300$ になったときの予算線を図示せよ。

¹消費可能な領域の境界なので、消費可能フロンティア (consumption possibility frontier) ともいう。

2. 効用最大化

「消費者は、価格を所与として、予算制約のもとで効用が最大となるように財の消費量を決定する」という消費者の最適化問題は、次のように定式化される².

$$\max_{x_1, x_2} u = U(x_1, x_2) \quad \text{subject to} \quad m = p_1x_1 + p_2x_2 \quad (3)$$

(3) の問題の解 (x_1^*, x_2^*) を主體的均衡という。均衡は図 2.8 の点 P で表される。最適化の条件は、

$$MRS_{21} = \frac{p_1}{p_2} \quad (4)$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2 \quad (5)$$

である³。

(5) 式は、均衡が予算線上にあることを意味する。(4) 式は、均衡において、無差別曲線と予算線が接していることを意味する。

(4), (5) 式を x_1, x_2 の連立方程式とみなして解けば、均衡解 (x_1^*, x_2^*) が求められる。

3. 需要関数と間接効用関数

主體的均衡における消費量 x_1^*, x_2^* は、価格 p_1, p_2 と所得 m の関数となる。需要関数 (demand function) という。

$$x_1^* = D_1(p_1, p_2, m) \quad (6)$$

$$x_2^* = D_2(p_1, p_2, m) \quad (7)$$

需要関数を効用関数に代入すると、主體的均衡における効用水準も価格 p_1, p_2 と所得 m の関数となる。間接効用関数 (indirect utility function) という (54 ページ)。

$$u^* = U(x_1^*, x_2^*) = V(p_1, p_2, m) \quad (8)$$

問題 2

次の効用関数のもとでの需要関数および間接効用関数を求めよ。予算制約式は (2) 式を用いよ。

(1) $u = x_1^2x_2$

(2) $u = x_1x_2^2$

2 人の会話を聞いていた経済学者がつぶやいた。

「ふむ。彼女の効用関数は、 $u = x_1^2x_2$ 、彼の効用関数は、 $u = x_1x_2^2$ ってことか」

講義資料 <http://www1.doshisha.ac.jp/~kmiyazaw/>

²subject to は、「～の制約のもとで」の意味。

³1 階の条件 (first-order condition) という。1 階の条件は、解であるための必要条件。十分かどうかを調べるには 2 階の条件 (second-order condition) を利用する。単調性と希少性から、点 P において 2 階の条件が成立することを数学的に証明できる。