

# 離婚と親権の経済分析

指導教員

## 1 はじめに

## 2 理論分析

### 2.1 モデルの設定

夫婦 ( $m$  さん,  $f$  さん) と子ども 1 人からなる 3 人家族を考える<sup>1</sup>.  
子どもの効用関数を,

$$u^k(c^k, t^m + t^f) = c^k + t^m + t^f \quad (1)$$

とする. ただし,  $c^k \geq 0$  は子どもの消費量,  $0 \leq t^m \leq 1$  は  $m$  さんの養育時間,  $0 \leq t^f \leq 1$  は  $f$  さんの養育時間を表す.

$m$  さん,  $f$  さんの効用関数を,

$$u^m = c^m u^k \quad (2)$$

$$u^f = c^f u^k \quad (3)$$

とする.  $c^m \geq 0$ ,  $c^f \geq 0$  はそれぞれ,  $m$  さん,  $f$  さんの消費量である. (2), (3) 式は, 父母にとって子どもは公共財であることを意味している.

家族 3 人が同居するときの予算制約式は,

$$w^m(1 - t^m) + w^f(1 - t^f) = c^m + c^f + c^k \quad (4)$$

で与えられる.  $w^m$ ,  $w^f$  はそれぞれ,  $m$  さん,  $f$  さんの賃金率であり,

$$w^f < 1 < w^m \quad (5)$$

が成立すると仮定する. (5) 式中の 1 は, 養育時間の限界効用を表す ((1) 式参照). (5) 式は,  $m$  さんは養育よりも労働の方の生産性が高く,  $f$  さんは逆に養育の方の生産性が高いことを意味している.

$m$  さんと  $f$  さんが離婚したとする.  $m$  さんが子どもを養育するとき, この世帯の予算制約式は,

$$w^m(1 - t^m) = c^m + c^k \quad (6)$$

<sup>1</sup>本稿のモデルは, Browning et al. (2014) の 2.5 節のモデルに基づいている.

で与えられる。  $f$  さんの予算制約式は、

$$w^f = c^f \quad (7)$$

である。(6), (7) 式は、親権のある親のみが養育を負担し、親権のない親は養育費などの移転をおこなわないと仮定している。 $f$  さんに親権があるときも同様に考える。最後に、3人が同居する状況でも、離婚して別居する状況でも、効用関数は不変であると仮定する。

2.2 節では、同居時の均衡における時間配分と消費配分を導出する。離婚時の均衡配分は 2.3 節で導出する。

## 2.2 同居

同居時の夫婦の目的関数を、

$$W = u^m + u^f \quad (8)$$

とする。(1), (2), (3), (4) 式を (8) 式に代入すると、夫婦の最適化問題は次のように定式化される。

$$\max_{t^m, t^f, c^k} W = [w^m(1 - t^m) + w^f(1 - t^f) - c^k](c^k + t^m + t^f) \quad (9)$$

ただし、 $0 \leq t^m, t^f \leq 1$ ,  $c^k \geq 0$  である。

同居時の均衡は次の命題に要約される。

**命題 1** 同居時の時間配分は、

$$(t^{m*}, t^{f*}) = (0, 1)$$

である。消費配分は、

$$c^{k*} = \frac{w^m - 1}{2}$$
$$(c^m + c^f)^* = \frac{w^m + 1}{2}$$

である。

**証明.** 補論参照。□

家族 3 人が一緒に生活するとき、夫がフルタイムで働き、妻が一切の家事を担うという、いわゆる専業主婦モデルが均衡において実現する。その理由は (5) 式にある。夫は労働に、妻は養育に絶対優位があるため、生産性の高い分野に特化した時間配分が最適となる。また、この時間配分のもとでは、子どもの消費  $c^k$  は正の値をとる。子どもの消費を 1 単位増やすと子どもの効

用が1単位増える。子どもは公共財であるため、父母の効用が増加する。他方、子どもの消費を1単位増やすと父母の消費が1単位減り、効用が低下する。 $c^k = 0$ で評価すると、前者の限界効用が後者の不効用を上回るため $c^k$ は正の値をとる。

最後に、均衡における子どもの効用は、

$$u^k = \frac{1}{2}(w^m + 1) \quad (10)$$

となる。親の効用については、

$$u^m + u^f = \frac{1}{4}(w^m + 1)^2 \quad (11)$$

の関係が得られる。一方の効用を1単位増やそうとすると他方の効用が1単位減るという、transferable utilityの性質を満たしている。

## 2.3 離婚

### 2.3.1 $m$ さんが親権者のとき

離婚後、 $m$ さんが子どもを養育するときの均衡を導出する。 $m$ さんの最適化問題は次のように定式化される。

$$\max_{t^m, c^k} W = [w^m(1 - t^m) - c^k](c^k + t^m) \quad (12)$$

ただし、 $0 \leq t^m \leq 1$ ,  $c^k \geq 0$ である。

均衡は次の命題に要約される。

**命題 2** 離婚後、 $m$ さんが子どもを養育するときの均衡は、

$$\begin{cases} t^{m*} = 0 \\ c^{k*} = \frac{1}{2}w^m \end{cases}$$

である。

**証明.** 補論参照。□

父子家庭では父親がフルタイムで働く。養育よりも労働の方が生産性が高いため、養育時間を減らす代わりに所得を増やして、子どもの消費を増やすのが効率的である。独居の母親は、子どもの効用を所与と考えるため、フルタイムで働く。均衡における効用は、

$$\begin{cases} u^k = \frac{1}{2}w^m \\ u^m = \frac{1}{4}(w^m)^2 \\ u^f = \frac{1}{2}w^m w^f \end{cases} \quad (13)$$

である。

### 2.3.2 $f$ さんが親権者のとき

$f$ さんが養育するときの最適化問題は次のように定式化される。

$$\max_{t^f, c^k} W = [w^f(1 - t^f) - c^k](c^k + t^f) \quad (14)$$

ただし、 $0 \leq t^f \leq 1$ ,  $c^k \geq 0$ である。

均衡は次の命題に要約される。

**命題 3** 離婚後、 $f$ さんが子どもを養育するときの均衡は、

$$\begin{cases} t^{f*} = \frac{1}{2} \\ c^{k*} = 0 \end{cases}$$

である。

**証明.** 補論参照。□

母子家庭では母親はパートタイムで働く。労働よりも養育の方が生産性が高いためフルタイム労働を選択しない。所得水準が低いため子どもの消費は低水準にとどまる。均衡における効用は、

$$\begin{cases} u^k = \frac{1}{2} \\ u^m = \frac{1}{2}w^m \\ u^f = \frac{1}{4}w^f \end{cases} \quad (15)$$

である。

## 3 親権ルールと経済厚生

本節では、ある親権ルールのもとで、離婚により家族の経済厚生がどのように変化するかを分析する。妥当と思われるルールは、離婚時の子どもの効用が高い方の親に親権を与えるというものだろう<sup>2</sup>。離婚時の子どもの効用は、 $m$ さんに親権があるときは(13)式の $u^k$ 、 $f$ さんに親権があるときは(14)式の $u^k$ で与えられる。(5)式より、 $w^m > 1$ であるから、 $m$ さんに親権を与えた方が子どもの効用は高くなる。

同居時の子どもの効用は(10)式の $u^k$ である。(13)式と比較すると、離婚により子どもの効用が低下することが分かる。子どもの消費は、同居時よりも父子家庭の時の方が多い。しかし、養育時間でみると、同居時は母親がフルタイムで養育するのに対し、父子家庭ではゼロである。片親であることから生ずる時間制約が、離婚時に子どもの効用が低下する理由である。

<sup>2</sup>子の利益のため必要があると認めるときは、家庭裁判所は、子の親族の請求によって、親権者を他の一方に変更することができる（民法 819 条 6）。

次に、離婚による親の効用の変化を分析する。(13)式の $(u^m, u^f)$ は、 $m$ さんに親権があるときの離婚時の親の効用を表す。(11)式の同居時の効用可能性フロンティアと比較すると、(13)式の $(u^m, u^f)$ は効用可能性フロンティアの内側にあることが分かる<sup>3</sup>。これは、少なくとも一方の親は、離婚により効用が低下することを意味している。

最後に、親権を与えられた親の方が効用が高いとは限らない。(13)式より、

$$u^m \geq u^f \Leftrightarrow w^m \geq 2w^f \quad (16)$$

が成り立つ。賃金率がある程度高いとき ( $w^f > 0.5w^m$ )、独居の母親の方が、親権を持つ父親よりも効用が高くなる。その理由は、子どもが公共財だからである。母親は養育に関与せず、父親の養育（子どもへの支出）にただ乗りしている。したがって、父母の賃金格差が小さいとき、親権のない母親の方が効用水準が高くなる。

親権と経済厚生に関する結論は次の命題に要約される。

**命題 4** 離婚時、子どもの効用が高い方の親に親権を与えるとする。このとき、

(i)  $m$ さんが親権を得る。

(ii) 離婚により子どもの効用は低下する。

(iii) 離婚により少なくとも一方の親の効用が低下する。

(iv) 賃金格差が小さいとき、 $m$ さんよりも  $f$ さんの方が効用が高くなる可能性がある。

## 4 おわりに

- 各命題の帰結が妥当かどうか、日本のデータを用いて確かめよ。
- 命題3の結果から、 $f$ さんに親権があるとき、 $m$ さんは子どもの消費  $c^k$ を増やすために自発的に養育費を支払うかもしれない。side paymentsがあるときの均衡を、同時手番ゲームにおけるナッシュ均衡として導出せよ。
- 上の問題で、逐次手番ゲームに変更すると結論はどのように変わるか。
- $f$ さんに親権があるとき、 $m$ さんは制度的に定められた養育費  $aw^m$ を支払わなければならないとする ( $0 \leq a < 1$  は定数)。養育費  $aw^m$ を、(i)  $f$ さんの所得に含める場合、(ii) 子どもの消費支出に限定する場合、のそれぞれのケースについて均衡を導出せよ。

---

<sup>3</sup>証明は補論参照。

## 補論

[命題 1 の証明]

養育時間の合計を  $T$  とおく.

$$T = t^m + t^f \quad (\text{A1})$$

(A1) 式を (9) 式に代入し,  $t^f$  を消去する.

$$W = [w^m + w^f - w^f T + (w^f - w^m)t^m - c^k](c^k + T)$$

(5) 式の仮定より,  $w^f - w^m < 0$  であるから, 明らかに  $t^{m*} = 0$  である.  
次に,  $t^{f*}, c^{k*}$  を求める.  $t^m = 0$  を代入すると,

$$W = [w^m + w^f - w^f t^f - c^k](c^k + t^f) \quad (\text{A2})$$

である.

$c^k$  が内点解であるための条件は,

$$w^m + w^f - w^f t^f - t^f > 0 \quad (\text{A3})$$

である. (5) 式および  $0 \leq t^f \leq 1$  から明らかに (A3) 式が満たされるので,

$$c^{k*} = \frac{1}{2}[w^m + w^f - (1 + w^f)t^f] \quad (\text{A4})$$

を得る.

最後に, (A4) 式を (A2) 式に代入し, 整理すると,

$$W = \frac{1}{4}[w^m + w^f + (1 - w^f)t^f]^2$$

を得る. (5) 式より,  $1 - w^f > 0$  であるから,  $t^{f*} = 1$  である. これを (A4) 式に代入すると,

$$c^{k*} = \frac{1}{2}(w^m - 1)$$

を得る. [Q.E.D.]

[命題 2 の証明]

子どもの消費が内点解であるための必要十分条件は,

$$w^m(1 - t^m) - t^m > 0 \Leftrightarrow t^m < \frac{w^m}{1 + w^m} \quad (\text{A5})$$

である.

(i) (A5) 式が満たされると仮定する。このとき、

$$c^{k*} = \frac{1}{2} [w^m(1 - t^m) - t^m] \quad (\text{A6})$$

を得る。(A6) 式を (12) 式に代入し、整理すると、

$$W = \frac{1}{4} [w^m + (1 - w^m)t^m]^2 \quad (\text{A7})$$

を得る。(5) 式より、 $1 - w^m < 0$  であるから、 $t^{m*} = 0$  である。これは、(A5) 式を満たしている。最後に、(A6) 式から、

$$c^{k*} = \frac{1}{2} w^m$$

を得る。

(ii) (A5) 式が満たされないと仮定する。

$$t^m \geq \frac{w^m}{1 + w^m} \quad (\text{A8})$$

このとき、 $c^{k*} = 0$  である。(12) 式で、 $c^k = 0$  とすると、

$$W = w^m(1 - t^m)t^m$$

となり、

$$t^{m*} = \frac{1}{2}$$

を得る。しかし、(5) 式より、 $w^m > 1$  であるから、(A8) 式に矛盾する。したがって、端点解は存在しない。[Q.E.D.]

[命題 3 の証明]

子どもの消費が内点解であるための必要十分条件は、

$$w^f(1 - t^f) - t^f > 0 \Leftrightarrow t^f < \frac{w^f}{1 + w^f} \quad (\text{A9})$$

である。

(i) (A9) 式が満たされないと仮定する。

$$t^f \geq \frac{w^f}{1 + w^f} \quad (\text{A10})$$

このとき、 $c^{k*} = 0$  である。(14) 式で、 $c^k = 0$  とすると、

$$W = w^f(1 - t^f)t^f$$

となり、

$$t^{f*} = \frac{1}{2}$$

を得る。ここで、(5) 式より、 $w^f < 1$  であるから、(A10) 式が満たされることが分かる。

(ii) (A9) 式が満たされると仮定する。このとき、

$$c^{k*} = \frac{1}{2} [w^f(1 - t^f) - t^f] \quad (\text{A11})$$

を得る。 (A11) 式を (14) 式に代入し、整理すると、

$$W = \frac{1}{4} [w^f + (1 - w^f)t^f]^2 \quad (\text{A12})$$

を得る。 (5) 式より、  $1 - w^f > 0$  であるから、  $t^{f*} = 1$  である。これは、 (A9) 式に矛盾する。したがって、内点解は存在しない。 [Q.E.D.]

[離婚時の親の効用]

(13) 式より、  $m$  さんに親権があるときの親の効用和は、

$$u^m + u^f = \frac{1}{4}(w^m)^2 + \frac{1}{2}w^mw^f$$

である。ここで、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}(w^m + 1)^2 - \left[ \frac{1}{4}(w^m)^2 + \frac{1}{2}w^mw^f \right] \\ &= \frac{1}{2}w^m(1 - w^f) + \frac{1}{4} > 0 \end{aligned}$$

が成り立つ ( $\because w^f < 1$ )。したがって、 (13) 式の  $(u^m, u^f)$  は、 (11) 式の効用可能性フロンティアの内側にある。

## 参考文献

- [1] Browning, M., Chiappori, P.-A., Weiss, Y. (2014) *Economics of the family*, Cambridge University Press.