公共財の自発的供給

公共財の自発的供給モデルを説明する．各個人は他者の公共財供給量を所与として行動する．均衡は Nash 均衡とよばれる．Nash 均衡では公共財供給は過小になる．

1. モデルの設定
1 私的財，1 公共財，2 個人 $i = 1, 2$
(1) 効用関数

$$u_i = x_i G \tag{1}$$

x_i 個人 i の私的財消費，G 公共財
(2) 予算制約式

$$I = x_i + pg_i \tag{2}$$

I 所得（一定），p 公共財の価格（一定），g_i 個人 i の購入する公共財
(3) 公共財[1]

$$g_1 + g_2 = G \tag{3}$$

2. 主体的均衡
各個人は (2), (3) 式の制約のもとで，(1) 式が最大になるように (x_i, g_i) を決定する．各個人は相手がどのくらい公共財を購入するのか事前には分からない．以下では，個人 1 は g_2 を所与として行動すると仮定する．

(3) 式を (2) 式に代入する．

$$I + pg_2 = x_1 + pG \tag{4}$$

効用最大化の 1 階の条件

$$MRS_1 = \frac{x_1}{G} = p \tag{5}$$

(4), (5) 式より需要関数を得る．

$$x_1 = \frac{1}{2}(I + pg_2) \tag{6.1}$$

$$g_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{I}{p} - g_2\right) \tag{6.2}$$

相手が公共財を g_2 だけ購入すると，自分の所得が pg_2 だけ増えるような効果を持つ（(4) 式）．所得効果により私的財消費が増える（(6.1) 式）．その分，公共財購入が減る（(6.2) 式）．(6.2) 式は，相手の公共財購入 g_2 と自分の公共財購入 g_1 の対応関係 $g_1 = n_1(g_2)$ を表す．Nash 反応関数という．

Nash 反応曲線の性質 [Figure 1]

(1) 右下がり．

(2) 傾きの絶対値は 1 より小さい．

個人 2 の反応関数も同様にして得られる $(g_2 = n_2(g_1) = \frac{1}{2}(I/p - g_1))$.

[1] 排除不可能性，非競合性より．

3. Nash 均衡
2 つの反応曲線 $g_1 = n_1(g_2)$, $g_2 = n_2(g_1)$ の交点 $E(g_1^*, g_2^*)$ を Nash 均衡という． [Figure 2]
計算すると，

$$g_1^* = g_2^* = \frac{I}{3p}$$

が得られる．公共財供給量は，$G^* = g_1^* + g_2^* = 2I/(3p)$ である．

（Nash 均衡の性質）個人 2 が公共財 g_2^* の水準を変えない限り，個人 1 にとって g_1^* が最適．個人 2 についても同様．いったん $E(g_2^*, g_1^*)$ が実現されると両者とも行動を変える誘因をもたない．

4. 最適性
Nash 均衡はパレート最適ではない．公共財は過小に供給される．

（証明）(2), (3) 式を (1) 式に代入する:

$$u_1 = (I - pg_1)(g_1 + g_2) \tag{7}$$

(7) 式より個人 1 の無差別曲線を平面 (g_2, g_1) 上に描くことができる．

無差別曲線の性質 [Figure 3]
 (1) 反応曲線上に頂点がある．
 (2) 右下にいくほど効用水準が高い．

Nash 均衡では 2 人の無差別曲線が交わっている．右上方向への配分の変更はパレート改善となるので，Nash 均衡はパレート最適ではない．[Figure 4]

Nash 均衡での公共財供給量 $2I/(3p)$ は最適供給量 I/p よりも少ない[2]．

（理由）効率的生産のもとでは，価格＝限界費用 $(p = c)$ が成り立つ．分権化経済では公共財の私的便益と限界費用が一致する $(MRS_1 = MRS_2 = c)$．サミュエルソン・ルール $(MRS_1 + MRS_2 = c)$ と比較して，公共財の便益が過小評価される．

問題　分権化経済で公共財の最適供給を達成するにはどうしたらよいか？

1 つの解答　擬似市場をつくる．(リンダール・メカニズム)

---

[2] (7) 式より，

$$MRS_1 = \frac{\partial u_1/\partial g_2}{\partial u_1/\partial g_1} = \frac{I - pg_1}{I - pg_2 - 2pg_1}$$

他方，個人 2 の無差別曲線: $u_2 = (I - pg_2)(g_1 + g_2)$ より，

$$MRS_2 = \frac{I - pg_1 - 2pg_2}{I - pg_2}$$

が得られる．$MRS_1 = MRS_2$ を解くと，契約曲線の式:

$$g_1 + g_2 = \frac{I}{p}$$

が得られる．したがって，Nash 均衡 $(I/3p, I/3p)$ は契約曲線の左下にある．

Figure 1: Response function

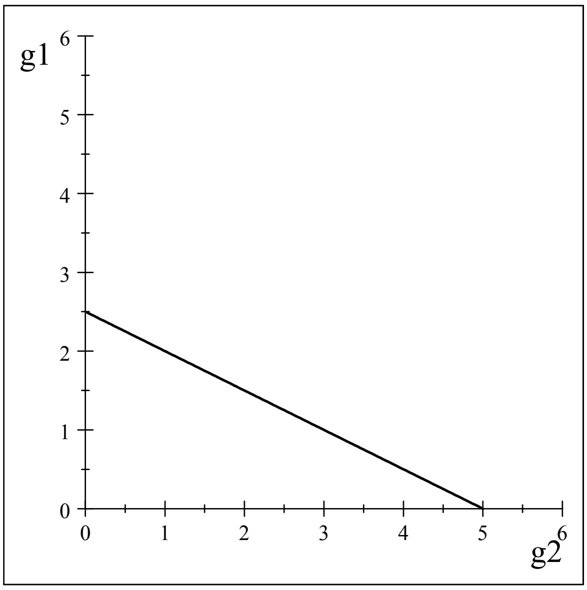

Figure 2: Nash equilibrium

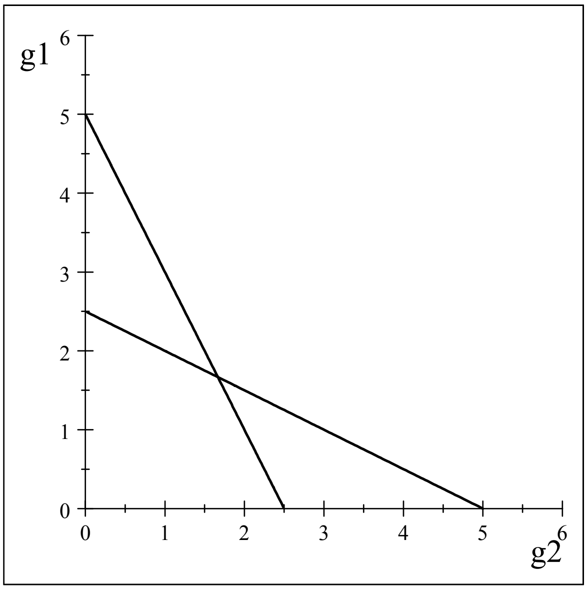

Figure 3: Indifference curve

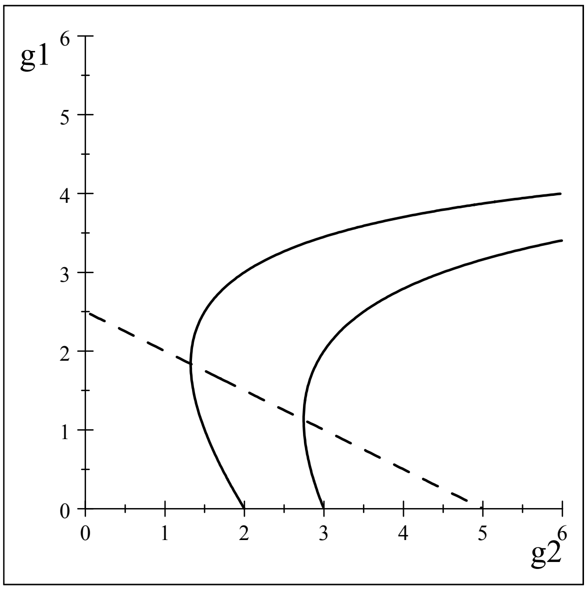

Figure 4: Nash equilibrium is not Pareto-optimal