持続可能な財政とは

指導教員

1　はじめに

財政の持続可能性とは何を意味しているのだろうか．財政の健全度を測る指標としては，

(1) 国債残高対 GDP 比率が 60 パーセント以下

(2) 財政赤字対 GDP 比率が 3 パーセント以下

がよく知られている[1]．(1) は国債残高というストックへの制約，(2) は財政赤字というフローへの制約である．

以下では，この 2 つの条件が「長期的に」満たされるとき，財政は持続可能であると定義する．本稿の結論は次の 2 つである．第 1 に，経済成長率 g，利子率 r が時間を通じて一定であるとき，国債残高対 GDP 比率が長期的に収束するための条件は，$g > r$ である[2]．第 2 に，財政赤字対 GDP 比率が常に 3 パーセントであるとき，財政の持続可能性条件は，$g - r \geq 0.05$ である．たとえば，利子率が年率 2 パーセントのとき，財政が持続可能であるためには年率 7 パーセント以上の経済成長が必要である．

次節ではモデルを提示する． 3 節は実証分析をおこなう．最後の節はまとめである．

2　モデル

政府の予算制約式は，

$$T_t + d_t = G_t + rD_t \tag{1}$$

で与えられる．ただし，T は税収，d は国債発行，G は政府支出，D は国債残高，r は利子率である．下付の t は年次を表す．左辺が歳入を，右辺が歳出を表している．

財政赤字は，

$$A_t = G_t - T_t \tag{2}$$

である．

[1] マーストリヒト条約

[2] ドーマーの条件という．

国債残高は国債発行により蓄積されるので，

$$D_{t+1} = D_t + d_t \tag{3}$$

が成り立つ．(2), (3) 式を用いて (1) 式を整理すると，

$$D_{t+1} = (1 + r)D_t + A_t \tag{4}$$

が得られる．(4) 式が国債残高の基本方程式である．利払いのため国債残高は等比数列的に増加する．また，財政赤字があると国債発行が増えるため国債残高は逐次追加される．

次に，財政赤字対 GDP 比率 a は時間を通じて一定であると仮定する．

$$\frac{A_t}{Y_t} = a \tag{5}$$

ただし，Y は GDP を表す.

最後に，経済成長率 g も時間を通じて一定であると仮定する．

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1 + g \tag{6}$$

(5), (6) 式を用いて (4) 式を変形すると，

$$(1 + g)\frac{D_{t+1}}{Y_{t+1}} = (1 + r)\frac{D_t}{Y_t} + a \tag{7}$$

が得られる．(7) 式が国債残高対 GDP 比率 (D/Y) の基本方程式である．(4) 式との違いは，左辺の成長率効果である．成長率の高い経済では，分母の Y が大きくなる分国債残高対 GDP 比率は低下する．

以下，一般解を求めてみよう．

$$\frac{D_t}{Y_t} = x_t$$

とおくと，(7) 式は，

$$x_{t+1} = \frac{1 + r}{1 + g}x_t + \frac{a}{1 + g} \tag{8}$$

と変形できる．定常解（$x_{t+1} = x_t = x^*$）は，

$$x^* = \frac{a}{g - r} \tag{9}$$

である．

(8) 式は定常解を用いて，

$$x_{t+1} - x^* = \frac{1 + r}{1 + g}\left(x_t - x^*\right)$$

と変形できる．

数列 $\{x_t - x^*\}$ は初項 $(x_0 - x^*)$，公比 $(1+r)/(1+g)$ の等比数列であるから，

$$x_t - x^* = (x_0 - x^*)\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^t \tag{10}$$

が得られる．(10) 式が国債残高対 GDP 比率 x_t の一般解である．

(10) 式より，x_t が収束するのは，

$$\frac{1+r}{1+g} < 1$$

すなわち，

$$g > r \tag{11}$$

のときに限られる[3]．

最後に，(11) 式が満たされるとき，数列 $\{x_t\}$ は (9) 式の x^* に収束する．財政赤字対 GDP 比率が 3 パーセントであって（$a = 0.03$），長期的に国債残高対 GDP 比率が 60 パーセント以下であるとすると（$x^* \leq 0.60$），

$$\frac{0.03}{g-r} \leq 0.60$$

すなわち，

$$g - r \geq 0.05 \tag{12}$$

が成立しなければならないことが分かる．

3　実証分析

4　おわりに

[3] $g = r$ のときは，(8) 式より，

$$x_{t+1} = x_t + \frac{a}{1+g}$$

が成り立つ．$\{x_t\}$ は等差数列であって，一般項は，

$$x_t - x_0 = \frac{a}{1+g}t$$

である．財政赤字のケースでは（$a > 0$），$\{x_t\}$ は無限大に発散する．