要介護度と介護者の労働供給：
賃金格差，時間賦存，介護保険の自己負担を考慮して

宮澤和俊*

1　はじめに

2　モデル

Greenwood et al. (2017) のモデルを応用する．介護が必要な親，子，および子の配偶者からなる 3 人世帯を考える．便宜上，子を夫，子の配偶者を妻と呼ぶことにする．

世帯の予算制約式は,

$$w_m + w_f l_f = c + px \tag{1}$$

で与えられる．w_m, w_f はそれぞれ，夫の賃金率，妻の賃金率を表す．夫は 1 単位の労働を非弾力的に供給する．妻は l_f だけ働く．c は消費，x は市場で供給される介護サービスの消費量を表す．p は介護サービスの価格である．(1) 式の左辺は，世帯の労働所得を表し，右辺は世帯支出を表している．

介護サービスの価格を,

$$p = qw_f \quad (0 < q < 1) \tag{2}$$

とする．1 単位の介護サービスが 1 単位の女性労働で生産され，かつ労働市場が完全競争的であるとき，介護サービスの価格は女性の賃金率に一致する．$p < w_f$ が成立するのは，公的介護保険制度により，価格補助がおこなわれていることを意味している．

妻の時間制約を,

$$T = l_f + h_f \tag{3}$$

とする．$T > 0$ は妻の時間賦存を，h_f は家庭での介護時間を表す.

介護サービスの需要は，要介護度に依存する．要介護度を表すパラメータを θ で表す．θ が大きいほど介護需要が大きいことを意味する．夫婦は，妻の介護時間 h_f と市場で購入する介護サービス x を用いて，介護サービスを供給する．夫婦の直面する技術条件は,

$$\theta = F(h_f, x) = h_f + x \tag{4}$$

である．F は，介護サービスの生産関数を表す．本稿では，要介護度 θ を時間で測ると仮定する．さらに，妻の介護と市場介護が完全代替であると仮定すると，(4) 式の右の等号が成立する[1].

世帯の効用関数を,

$$u = U(c, l_f) = (1-\alpha)\ln c + \alpha \ln(\eta + T - l_f) \tag{5}$$

とする．妻の市場労働 l_f は不効用を生むと仮定する．$0 < \alpha < 1$ は，労働の不効用のウェイトを表すパラメータである．$\eta \geq 0$ は，労働の限界不効用の大きさを表すパラメータである．η が大きいほど，限界不効用が小さいことを意味している（$\partial u/\partial l_f = -\alpha/(\eta + T - l_f)$）．妻の時間賦存 T を含むのは，切迫度を考慮しているためである．時間賦存が少ないとき，労働の限界不効用が大きくなる

*Faculty of Economics, Doshisha University, Kamigyo, Kyoto 602-8580 Japan. kazu@mail.doshisha.ac.jp

[1] より一般的な技術については 5 節で分析する．

ことを意味している．

(2), (3), (4) 式を (1), (5) 式に代入すると，世帯の最適化問題は次のように定式化される．

$$\max_{c,\,h_f} u = (1-\alpha)\ln c + \alpha \ln(\eta + h_f)$$

subject to

$$w_m + (T - q\theta)w_f = c + (1-q)w_f h_f \tag{6}$$

妻がフルタイムで働くとき，世帯所得は $w_m + w_f T$ であり，介護支出は $px = qw_f\theta$ である．(6) 式の左辺は，妻がフルタイムで働くときのネットの所得を表している．この状態から，妻が市場労働を 1 単位減らし，介護時間を 1 単位増やしたとする．まず，労働所得が w_f だけ減る．他方，市場介護を 1 単位節約することで，介護支出が qw_f だけ減る．つまり，妻の介護の機会費用は，$(1-q)w_f$ である．(6) 式の右辺は世帯の総支出を表している．

ラグランジュ関数を，

$$L = (1-\alpha)\ln c + \alpha\ln(\eta + h_f) + \lambda\left[w_m + (T - q\theta)w_f - c - (1-q)w_f h_f\right]$$

とおく．$\lambda > 0$ はラグランジュ乗数を表す．

最適化条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial c} = \frac{1-\alpha}{c} - \lambda = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial h_f} = \frac{\alpha}{\eta + h_f} - \lambda(1-q)w_f \left\{\begin{array}{c} < \\ = \\ > \end{array}\right\} 0 \quad \text{if} \quad \left\{\begin{array}{c} h_f^* = 0 \\ 0 < h_f^* < T \\ h_f^* = T \end{array}\right. \tag{8}$$

である．

(6), (7), (8) 式を解くことで，c^*, h_f^*, λ^* を求めることができる．

次節では，まず内点解を求め，その性質を調べる．次に端点解となる条件を調べる．

3　要介護度と女性労働

3.1　内点解

妻が働きながら介護をするケースを分析する（$0 < h_f^* < T$）．

(7), (8) 式より，

$$c = \frac{1-\alpha}{\lambda}$$

$$(1-q)w_f h_f = \frac{\alpha}{\lambda} - \eta(1-q)w_f$$

これらを (6) 式に代入すると，

$$\frac{1}{\lambda} = w_m + (T - q\theta)w_f + \eta(1-q)w_f$$

したがって，

$$c^* = (1-\alpha)[w_m + (T-q\theta)w_f + \eta(1-q)w_f]$$

$$h_f^* = \frac{\alpha}{1-q}\left(\frac{1}{\phi} + T - q\theta\right) - (1-\alpha)\eta \tag{9}$$

が得られる．ただし，$\phi = w_f/w_m < 1$ は，男女間賃金格差を表す．

内点解であるための条件は，

$$0 < h_f^* < T \Leftrightarrow \underline{\theta} < \theta < \bar{\theta}$$

である．ただし，

$$\bar{\theta} = \frac{1}{q}\left[\frac{1}{\phi} + T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\eta(1-q)\right] \tag{10}$$

$$\underline{\theta} = \frac{1}{q}\left[\frac{1}{\phi} + \left(1 - \frac{1-q}{\alpha}\right)T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\eta(1-q)\right] \tag{11}$$

区間 $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ の幅は，$(1-q)T/(\alpha q)$ なので，市場介護の価格が低いほど，内点解の可能性が高くなる．

妻の市場労働と市場介護需要は，それぞれ次式で与えられる．

$$l_f^* = \left(1 - \frac{\alpha}{1-q}\right)T - \frac{\alpha}{1-q}\frac{1}{\phi} + \frac{\alpha q}{1-q}\theta + (1-\alpha)\eta \tag{12}$$

$$x^* = \left(1 + \frac{\alpha q}{1-q}\right)\theta - \frac{\alpha}{1-q}\left(\frac{1}{\phi} + T\right) + (1-\alpha)\eta \tag{13}$$

(12), (13) 式を用いて，市場介護需要と妻の市場労働の比較静学分析をおこなう．θ で微分すると，

$$\frac{\partial x^*}{\partial \theta} = 1 + \frac{\alpha q}{1-q} > 1$$

$$\frac{\partial l_f^*}{\partial \theta} = \frac{\alpha q}{1-q} > 0$$

が得られる．要介護度が上がると，市場介護需要が増える．介護支出をまかなうために，妻の市場労働が増える．

(12), (13) 式を T で微分すると，

$$\frac{\partial x^*}{\partial T} = -\frac{\alpha}{1-q} < 0$$

$$\frac{\partial l_f^*}{\partial T} = 1 - \frac{\alpha}{1-q}$$

が得られる．妻の時間賦存が増えると，介護時間が増え，市場介護需要が減る．他方，市場労働が増えるかどうかは，市場介護の価格に依存する．

$$\frac{\partial l_f^*}{\partial T} \gtreqless 0 \Leftrightarrow q \lesseqgtr 1-\alpha$$

q が大きいほど，妻の介護の機会費用 $(1-q)w_f$ は小さくなる．したがって，時間賦存が 1 単位増えたとき，介護時間を 1 単位以上増やそうとする．その結果妻の市場労働が減少する．

(9) 式を q で微分すると，

$$\frac{\partial h_f^*}{\partial q} = \frac{\alpha}{(1-q)^2}\left(\frac{1}{\phi} + T - \theta\right)$$

が得られる．市場介護の価格 q と妻の介護時間 h_f^* の関係は，要介護度 θ，賃金格差 ϕ，妻の時間賦存 T に依存する．たとえば，要介護度が低いとしよう．このとき，価格上昇により市場介護の需要が減る．妻の介護時間を増やすために市場労働を減らす．しかし，要介護度が高い場合には，価格の高い市場介護をより多く購入しなければならないため，妻の市場労働が増える．

公的介護保険を市場介護の価格 q を下げる政策と解釈しよう．この政策が，介護者の労働供給を増やすかどうかは要介護度に依存する．要介護度が低い家計では，妻の介護が減り，労働供給が増える．他方，要介護度が高い家計では，労働供給が減る．本稿のモデルは，公的介護保険を導入するとき，介護者の労働供給への影響が一様ではないという実証研究と整合的である．

内点解のケースの比較静学分析の結果は，次の命題に要約される．

命題 1 要介護度が $\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ を満たすとする．このとき，次の性質がある．

(i) θ が上昇すると，妻は介護時間を減らし，市場労働を増やす.

(ii) 男女間賃金格差が縮小すると（ϕ が増加すると），妻の市場労働が増える．

(iii) 妻の時間賦存が増えると，妻の介護時間が増える．市場労働については，次の関係が成り立つ．

$$\frac{\partial l_f^*}{\partial T} \gtreqless 0 \Leftrightarrow q \lesseqgtr 1-\alpha$$

(iv) 市場介護の価格 q が低下すると，要介護度 θ が小さいとき，妻の市場労働が増える．要介護度が大きいときは，妻の介護時間が減る．

$$\frac{\partial l_f^*}{\partial q} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \theta \gtreqless \frac{1}{\phi} + T$$

3.2 端点解

まず，妻がフルタイムで働くケースを考える（$h_f^* = 0$）．

(6) 式より，

$$c^* = w_m + (T - q\theta)w_f$$

(7), (8) 式より，$h_f^* = 0$ であるための条件は，

$$\frac{\alpha}{\eta} < \frac{(1-\alpha)(1-q)w_f}{c^*} \Leftrightarrow \theta > \frac{1}{q}\left[\frac{1}{\phi} + T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\eta(1-q)\right] = \bar{\theta}$$

である．市場介護需要は，$x^* = \theta$ である．

次に，妻が働かないケースを考える（$h_f^* = T$）．

(6) 式より，

$$c^* = w_m + q(T - \theta)w_f$$

(7), (8) 式より，$h_f^* = T$ であるための条件は，

$$\frac{\alpha}{\eta + T} > \frac{(1-\alpha)(1-q)w_f}{c^*} \Leftrightarrow \theta < \frac{1}{q}\left[\frac{1}{\phi} + \left(1 - \frac{1-q}{\alpha}\right)T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\eta(1-q)\right] = \underline{\theta}$$

である．市場介護需要は，$x^* = \theta - T$ である．

以下では，$\underline{\theta} > T$ と仮定する．(11) 式より，

$$\underline{\theta} > T \Leftrightarrow \eta < \frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-q)\phi} - T \tag{14}$$

が成り立つ．要介護度が $\theta \in (T, \underline{\theta})$ の範囲にあるとき，妻は介護に専念し，不足分を市場介護で補おうとする．働かないのは，労働の限界不効用がある程度大きいためである．

前節と本節の結果をまとめると次のようになる．

妻の市場労働は次式で与えられる．

$$l_f^* = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad T \le \theta \le \underline{\theta} \\ \left(1 - \frac{\alpha}{1-q}\right)T - \frac{\alpha}{1-q}\frac{1}{\phi} + \frac{\alpha q}{1-q}\theta + (1-\alpha)\eta & \quad \underline{\theta} \le \theta \le \bar{\theta} \\ T & \quad \bar{\theta} \le \theta \end{cases} \tag{15}$$

ただし，

$$\bar{\theta} = \frac{1}{q}\left[\frac{1}{\phi} + T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\eta(1-q)\right]$$
$$\underline{\theta} = \frac{1}{q}\left[\frac{1}{\phi} + \left(1 - \frac{1-q}{\alpha}\right)T - \frac{1-\alpha}{\alpha}\eta(1-q)\right]$$

市場介護需要は次式で与えられる．

$$x^* = \begin{cases} \theta - T & T \le \theta \le \underline{\theta} \\ \left(1 + \frac{\alpha q}{1-q}\right)\theta - \frac{\alpha}{1-q}\left(\frac{1}{\phi} + T\right) + (1-\alpha)\eta \quad \text{if} & \underline{\theta} \le \theta \le \bar{\theta} \\ \theta & \bar{\theta} \le \theta \end{cases} \tag{16}$$

4　数値分析

本節では，パラメータの値を定め，理論モデルの結果を定量的に分析する．

限界消費性向を 0.7 とする（$\alpha = 0.3$）．介護保険の自己負担は，所得に応じて，1 割から 3 割である．本稿では，ベンチマークとして $q = 0.2$ とする．男女間賃金格差は年齢により異なる．本稿では世帯主が比較的高齢であるため，$\phi = 0.5$ とする．妻の時間賦存を $T = 0.8$ とする．

余暇選好のパラメータ η は，(14) 式を満たすように設定する．

$$\eta < \frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-q)\phi} - T = 0.271$$

ベンチマークとして，$\eta = 0.1$ とする．このとき，$\bar{\theta} = 13.07, \underline{\theta} = 2.4$ である．

要介護度と介護者の労働供給の関係は，(15) 式より，次式で与えられる．

$$l_f^* = \begin{cases} 0 & 0.8 \le \theta \le 2.4 \\ 0.075\theta - 0.18 \quad \text{if} & 2.4 \le \theta \le 13.07 \\ 0.8 & 13.07 \le \theta \end{cases}$$

要介護度が低いとき（$\theta \le 2.4$），妻は介護に専念する．介護度が上昇すると，市場介護を需要するため働きに出る．フルタイムで働くのは，$\theta \ge 13.07$ のときである．

次に，要介護度と市場介護需要の関係を調べる．(16) 式より，

$$x^* = \begin{cases} \theta - 0.8 & 0.8 \le \theta \le 2.4 \\ 1.075\theta - 0.98 \quad \text{if} & 2.4 \le \theta \le 13.07 \\ \theta & 13.07 \le \theta \end{cases}$$

が得られる．要介護度が低いとき（$\theta \le 2.4$），妻は介護に専念する．不足分を市場介護で購入する．介護度が上昇すると，妻は働きに出る．要介護度が高いとき妻はフルタイムで働き，すべての介護を市場に委ねる（$\theta \ge 13.07$）．

図 1. 要介護度と介護者の労働供給

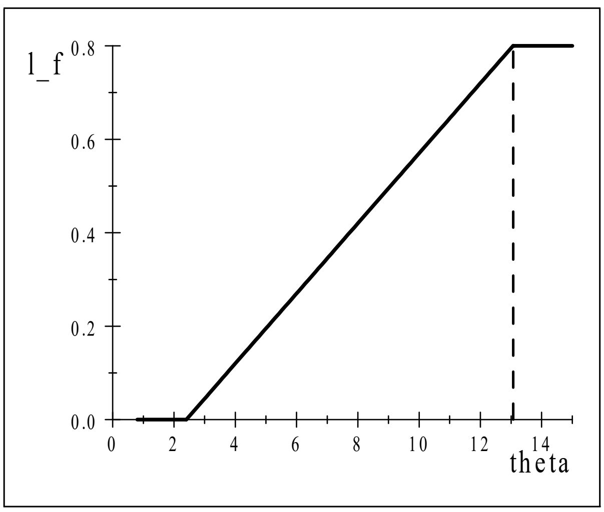
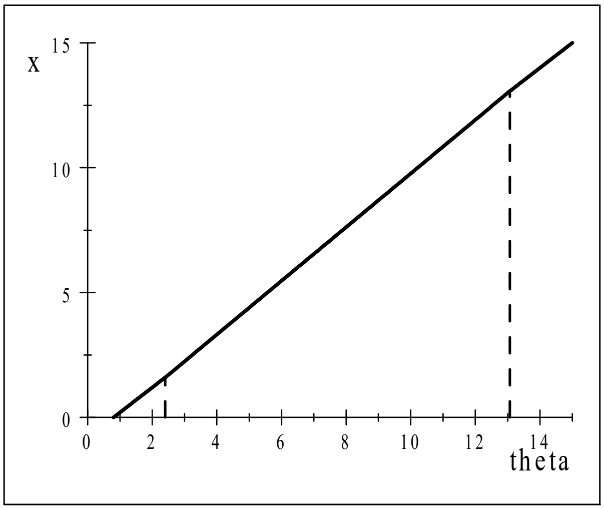


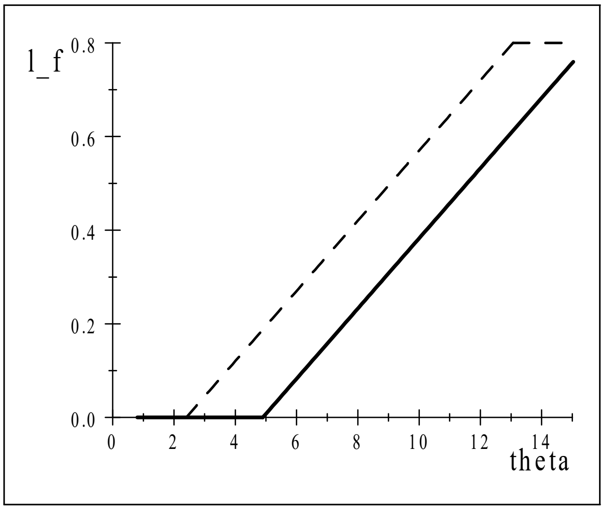
図 1 は，要介護度と介護者の労働供給を図示したものである．図 2 は，要介護度と市場介護需要を図示したものである．グラフはともに右上がりである．

図 2. 要介護度と市場介護需要



次に，家計の異質性を分析するためにパラメータの値を変更する．図 3 は，男女の賃金格差 $\phi = w_f/w_m$ が低下したときの影響を図示したものである．1 つの解釈としては，妻が正規で働く場合がベンチマークケースの破線，非正規で働く場合が実線である．ϕ が低下すると，労働供給が減少する（命題 1 (ii)）．また，要介護度の低い家計では離職が観察され（$2.4 < \theta < 4.9$），要介護度の高い家計ではフルタイムからパートタイムへの切り替えが観察される（$13.07 < \theta < 19.73$）．

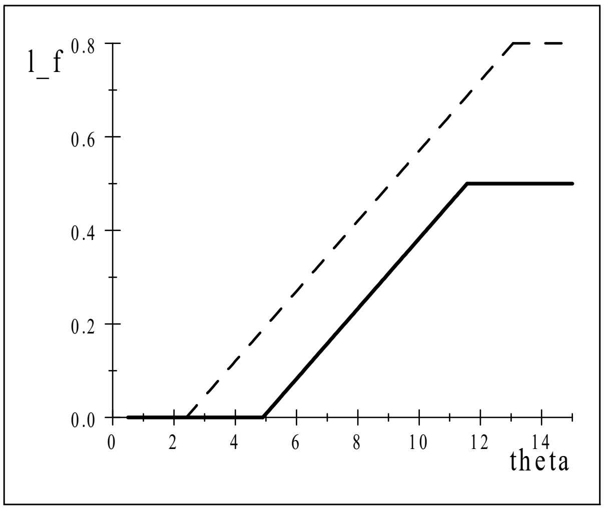
図 3. 賃金格差



実線 ($\phi = 0.4$)，破線 ($\phi = 0.5$)

図 4 は，妻の時間賦存 T が減少したときの影響を図示したものである．時間賦存が減る要因としては，子育て期間中の子どもの存在が挙げられる．時間賦存が増える要因としては，要介護者の配偶者の存在や夫の家事協力などが挙げられる．時間賦存が低下すると，労働供給が減少する（命題 1 (iii)）．また，賃金格差の影響と同様，要介護度の低い家計では離職が観察される（$2.4 < \theta < 4.9$）．他方，要介護度の高い家計では，時間制約にともなって，パートタイムからフルタイムへの切り替えが観察される（$11.57 < \theta < 13.07$）．

図 4. 時間賦存

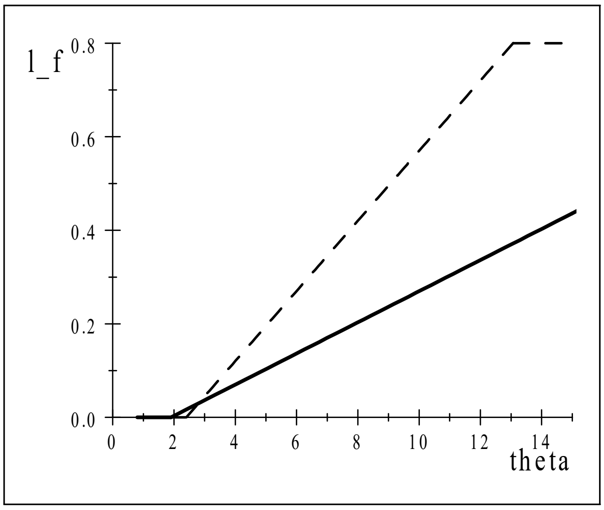


実線 ($T = 0.5$)，破線 ($T = 0.8$)

図 5 は，介護価格 q が低下したときの影響を図示したものである．公的介護保険の自己負担が引き下げられたケースに対応する[2]．q が低下すると，内点解の区間 $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ が拡大する．その結果，労働供給曲線はよりフラットになる．要介護度の低い家計では労働供給が増え（$\theta < 2.80$），要介護度の高い家計では労働供給が減る（命題 1 (iv)）．また，限定的ではあるものの，新規の労働参加が生じる（$1.9 < \theta < 2.4$）．また，要介護度の高い家計では，フルタイムからパートタイムへの切り替えが生じる（$13.07 < \theta < 25.9$）．

本稿のモデルはきわめてシンプルであるが，要介護度 θ，賃金格差 ϕ，時間賦存 T といった家計の異質性が，介護者の労働供給に大きく影響することが理解できよう．

図 5. 介護価格



実線 ($q = 0.1$)，破線 ($q = 0.2$)

[2]最近の日本では，自助が声高に叫ばれている．自己負担が引き上げられるケースを考えた方が現実的かもしれない．

5 Discussion

本節では，介護の生産技術を一般化する．生産関数を，

$$z = F(h_f, x)$$

とする．家計の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{c,\, h_f,\, x} \; u = (1-\alpha)\ln c + \alpha \ln(\eta + h_f)$$

subject to

$$\begin{aligned} w_m + w_f T &= c + w_f(h_f + qx) \\ \theta &= F(h_f, x) \end{aligned} \tag{17}$$

ラグランジュ関数を，

$$L = (1-\alpha)\ln c + \alpha\ln(\eta + h_f) + \lambda[w_m + w_f T - c - w_f(h_f + qx)] + \mu[F(h_f, x) - \theta]$$

とおく．$\lambda > 0$, $\mu > 0$ はそれぞれ，予算制約と技術制約に関するラグランジュ乗数である．

内点解を仮定すると，最適化条件は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c} &= \frac{1-\alpha}{c} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial h_f} &= \frac{\alpha}{\eta + h_f} - \lambda w_f + \mu F_h = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= -\lambda q w_f + \mu F_x = 0 \end{aligned}$$

μ を消去すると，

$$\frac{\alpha}{\eta + h_f} - \lambda w_f \left(1 - q\frac{F_h}{F_x}\right) = 0 \tag{18}$$

が得られる．(18) 式の左辺第 1 項の $\alpha/(\eta + h_f)$ は，家族介護の限界便益を表す．家族介護を 1 単位増やすと，妻の市場労働が 1 単位減る．これにより，労働の不効用が減るという便益が生じる．

左辺第 2 項は，効用で測った家族介護の限界費用を表す．家族介護を 1 単位増やすと所得が w_f だけ減る．したがって，消費効用が λw_f だけ減る．他方，家族介護を増やすことで，介護サービス支出を節約できる．節約できる介護サービス量は限界変形率 (F_h/F_x) で表される．したがって，$qw_f(F_h/F_x)$ だけ介護支出が節約でき，消費効用が $\lambda q w_f(F_h/F_x)$ だけ増える．ネットの費用は，$\lambda w_f[1 - q(F_h/F_x)]$ である．

$\lambda = (1-\alpha)/c$ を (18) 式に代入し，予算制約式を用いて c を消去すると，次式が得られる．

$$\frac{1}{\phi} + T = \frac{1-\alpha}{\alpha}\left(1 - q\frac{F_h}{F_x}\right)(\eta + h_f) + h_f + qx \tag{19}$$

ただし，$\phi = w_f/w_m$ は，男女の賃金格差を表す．

(19) 式から，家族介護と介護サービスの最適な組合せ (h_f, x) の軌跡を描くことができる．他方，(17) 式から，等産出量曲線を描くことができる．2 つの曲線の交点が均衡を表す．

基本モデルでは，$F_h/F_x = 1$ なので，(17), (19) 式はともに直線で表され，交点は一意に定まる．

以下，CES 型の生産関数を仮定し，数値例を挙げる．

生産関数を，

$$z = F(h_f, x) = A[(1-b)(h_f)^\sigma + bx^\sigma]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{20}$$

とする．$A > 0$, $0 < b < 1$, $\sigma < 1$ はパラメータである．要素代替の弾力性は，$1/(1-\sigma)$ で与えられる．$\sigma \to 1$, $A = 2$, $b = 0.5$ のとき，$z = h_f + x$ となり基本モデルに一致する．$\sigma \to 0$ のとき，(20) 式は，コブ＝ダグラス型になる：

$$z = A(h_f)^{1-b}x^b$$

$\sigma \to -\infty$ のとき，(20) 式はレオンチェフ型になる．家族介護と市場で供給される介護サービスは代替的であると考えられるので，$0 < \sigma < 1$ と仮定する．

限界変形率は，

$$\frac{F_h}{F_x} = \frac{1-b}{b}\left(\frac{x}{h_f}\right)^{1-\sigma}$$

と表されるので，(17), (19) 式は，それぞれ，

$$\left(\frac{\theta}{A}\right)^\sigma = (1-b)(h_f)^\sigma + bx^\sigma \tag{21}$$

$$\frac{1}{\phi} + T = \frac{1-\alpha}{\alpha}\left[1 - q\frac{1-b}{b}\left(\frac{x}{h_f}\right)^{1-\sigma}\right](\eta + h_f) + h_f + qx \tag{22}$$

と表される．

(20) 式のパラメータの値を，$A = 2$，$b = 0.5$，$\sigma = 0.8$ とする．他のパラメータは，前節と同じである（$\alpha = 0.3$, $q = 0.2$, $\phi = 0.5$, $T = 0.8$, $\eta = 0.1$）．ベンチマークとして，要介護度を $\theta = 8$ とする．

図 6. CES technology

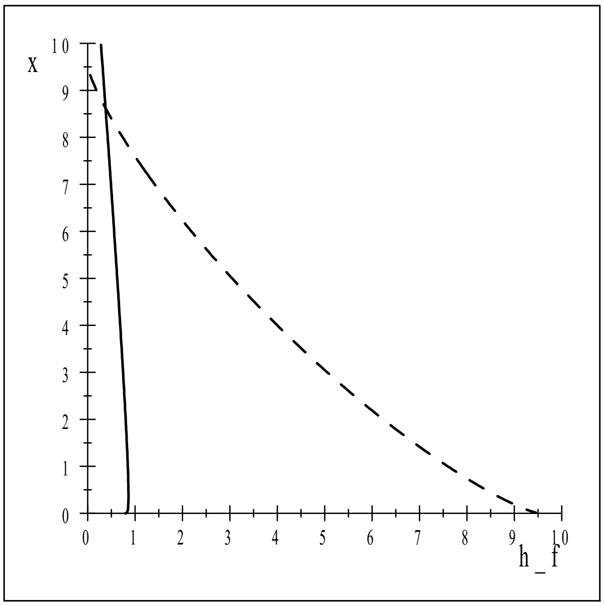
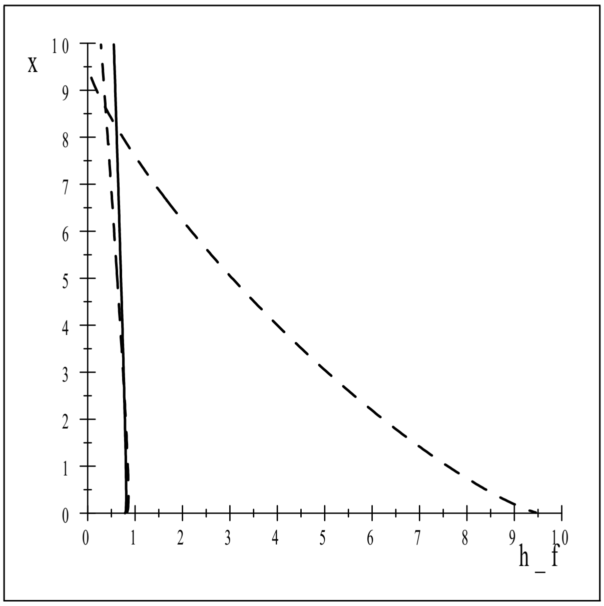


図 6 は，(21), (22) 式を図示したものである．実線の右下がりの曲線が (22) 式，破線の曲線が (21) 式を表している．交点 $(h_f^*, x^*) = (0.38, 8.62)$ が均衡における家族介護と介護サービスを表している．

図 7. 介護価格の変化



実線 ($q = 0.1$)，破線 ($q = 0.2$)

図 7 は，介護保険の自己負担が 2 割から 1 割に低下したケースを図示したものである．(21) 式は不変．(22) 式は，交点の付近で右にシフトする．均衡は，$(h_f^*, x^*) = (0.607, 8.22)$ である．自己負担の低下により，家族介護が増え，労働供給が減るというのは，基本モデルの図 5 と整合的である．

6　おわりに

参考文献

[1] Greenwood J, Guner N, Vandenbroucke G (2017) Family economics writ large, *Journal of Economic Literature*, 55, 1346-1434.