

第 11 講 公共経済 (2) リンダール均衡 (テキスト p.238-243)

先生「今日は、例題を解きながらサミュエルソンルールとリンダール均衡を説明します」

花子「唐突！」

太郎「また方程式 5 本 !?」

例題

1 私的財, 1 公共財, 2 個人 (花子, 太郎) からなる経済を考える. 効用関数を,

$$\begin{aligned} u^A &= x^A Y \\ u^B &= x^B Y \end{aligned} \quad (1)$$

とする. 上付きの A は花子を, 上付きの B は太郎を表す. x は私的財消費, Y は公共財を表す. たとえば, x^A は花子の私的財消費を表す.

私的財の総量を 600, 公共財生産の限界費用を 2 とすると, 資源制約式は,

$$600 = x^A + x^B + 2Y \quad (2)$$

と表せる.

(1) 花子にとっての公共財の価値を表す限界代替率 MRS^A を, x^A, Y を用いて表せ.

(2) サミュエルソンルールを用いて, 公共財の最適水準 Y^* を求めよ.

私的財の総量 600 のうち, 花子が 360, 太郎が 240 保有しているとする. 公共財の価格が限界費用 2 に等しいとすると, 花子と太郎の予算制約式はそれぞれ,

$$360 = x^A + 2y^A \quad (3)$$

$$240 = x^B + 2y^B \quad (4)$$

と表せる. ここで, y^A, y^B は花子と太郎が自発的に購入する公共財を表している.

また公共財の性質より,

$$y^A + y^B = Y \quad (5)$$

が成り立つ.

(3) 花子のナッシュ反応関数 $y^A = v^A(y^B)$ を求めよ.

(4) 太郎のナッシュ反応関数 $y^B = v^B(y^A)$ を求めよ.

(5) 平面 (y^A, y^B) 上に, 2 本のナッシュ反応曲線を図示せよ.

(6) ナッシュ均衡 $(\hat{y}^A, \hat{y}^B)$ を求めよ. また, $\hat{Y} = \hat{y}^A + \hat{y}^B$ と (2) の最適水準 Y^* を比較せよ.

経済にせり人を追加したリンダールメカニズムを考える. 花子の負担率を τ , 太郎の負担率を $(1-\tau)$ とする. 花子と太郎の予算制約式はそれぞれ,

$$360 = x^A + 2\tau Y^A \quad (6)$$

$$240 = x^B + 2(1-\tau)Y^B \quad (7)$$

となる. ただし, Y^A は花子が申告する公共財の水準を, Y^B は太郎が申告する公共財の水準を表している.

- (7) 花子のリンダール反応関数 $Y^A = l^A(\tau)$ を求めよ。
 (8) 太郎のリンダール反応関数 $Y^B = l^B(1 - \tau)$ を求めよ。
 (9) ヨコ軸を公共財 Y ，タテ軸を τ として，2本のリンダール反応曲線を図示せよ。
 (10) リンダール均衡 $(\bar{\tau}, \bar{Y})$ を求めよ。また， $\bar{Y}$ と (2) の最適水準 Y^* を比較せよ。

解答

- (1) 花子にとっての公共財の価値は，

$$MRS^A = \frac{u_Y^A}{u_x^A} = \frac{x^A}{Y} \quad (8)$$

- (2) 限界費用が2なので，サミュエルソンルールは，

$$MRS^A + MRS^B = 2$$

- (8) 式より，

$$\frac{x^A}{Y} + \frac{x^B}{Y} = 2 \Rightarrow x^A + x^B = 2Y \quad (9)$$

- (2), (9) 式より，最適水準は， $Y^* = 150$ 。

- (3) 花子の問題は，次のように定式化される。

$$\max_{x^A, y^A} u^A = x^A(y^A + y^B) \quad \text{subject to} \quad 360 = x^A + 2y^A$$

- 1 階の条件は，

$$MRS^A = 2 \Rightarrow \frac{x^A}{y^A + y^B} = 2 \quad (10)$$

- (3), (10) 式を用いて， x^A を消去すると，花子の反応関数が得られる。

$$y^A = 90 - \frac{1}{2}y^B \quad (11)$$

- (4) 太郎の問題は，次のように定式化される。

$$\max_{x^B, y^B} u^B = x^B(y^A + y^B) \quad \text{subject to} \quad 240 = x^B + 2y^B$$

- 1 階の条件は，

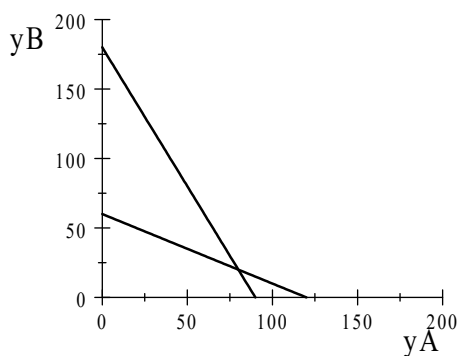
$$MRS^B = 2 \Rightarrow \frac{x^B}{y^A + y^B} = 2 \quad (12)$$

- (4), (12) 式を用いて， x^B を消去すると，太郎の反応関数が得られる。

$$y^B = 60 - \frac{1}{2}y^A \quad (13)$$

- (5) (11), (13) 式を平面 (y^A, y^B) に図示する。

図 1. ナッシュ反応曲線



(6) ナッシュ均衡は, $(\hat{y}^A, \hat{y}^B) = (80, 20)$. 公共財の水準は, $\hat{Y} = \hat{y}^A + \hat{y}^B = 100$. $Y^* = 150$ よりも少ない.

(7) 花子の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x^A, Y^A} u^A = x^A Y^A \quad \text{subject to} \quad 360 = x^A + 2\tau Y^A$$

1 階の条件は,

$$MRS^A = 2\tau \Rightarrow \frac{x^A}{Y^A} = 2\tau \quad (14)$$

(6), (14) 式より, 花子のリンダール反応関数が得られる.

$$Y^A = \frac{90}{\tau} \quad (15)$$

(8) 太郎の問題は, 次のように定式化される.

$$\max_{x^B, Y^B} u^B = x^B Y^B \quad \text{subject to} \quad 240 = x^B + 2(1 - \tau)Y^B$$

1 階の条件は,

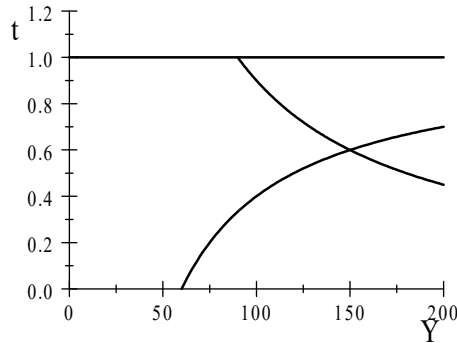
$$MRS^B = 2(1 - \tau) \Rightarrow \frac{x^B}{Y^B} = 2(1 - \tau) \quad (16)$$

(7), (16) 式より, 太郎のリンダール反応関数が得られる.

$$Y^B = \frac{60}{1 - \tau} \quad (17)$$

(9) (15), (17) 式を, 平面 (Y, τ) 上に図示する ($0 \leq \tau \leq 1$ に注意する).

図 2. リンダール反応曲線



(10) リンダール均衡は, $(\bar{\tau}, \bar{Y}) = (0.6, 150)$. $\bar{Y} = Y^* = 150$ が成り立つ.

花子「難しい!でも, 先生の言いたいことは分かったような」

太郎「普通の連立方程式で良かった」
