第 11 講　公共経済 (2) リンダール均衡（テキスト p.238–243）

先生「今日は，例題を解きながらサミュエルソンルールとリンダール均衡を説明します」
太郎「また方程式 5 本？」

例題

1 私的財，1 公共財，2 個人 $i = A, B$ からなる経済を考える．個人 i の効用関数を，

$$u^i = x^i Y \tag{1}$$

とする．ただし，x^i は個人 i の私的財消費，Y は公共財を表す．

私的財の総量を 300，公共財生産の限界費用を 2 とすると，資源制約式は，

$$300 = x^A + x^B + 2Y \tag{2}$$

と表せる．

(1) 個人 A にとっての公共財の価値を表す限界代替率 MRS^A を，x^A, Y を用いて表せ．
(2) サミュエルソンルールを用いて，公共財の最適水準 Y^* を求めよ．

私的財の総量 300 のうち，個人 A の保有量を 180，個人 B のそれを 120 とする．公共財の価格が限界費用 2 に等しいとすると，各個人の予算制約式はそれぞれ，

$$180 = x^A + 2y^A \tag{3}$$
$$120 = x^B + 2y^B \tag{4}$$

と表せる．ここで，y^A, y^B は個人が自発的に購入する公共財を表している．

また公共財の性質より，

$$y^A + y^B = Y \tag{5}$$

が成り立つ．

(3) 個人 A のナッシュ反応関数 $y^A = v^A(y^B)$ を求めよ．
(4) 個人 B のナッシュ反応関数 $y^B = v^B(y^A)$ を求めよ．
(5) 平面 (y^B, y^A) 上に，2 本のナッシュ反応曲線を図示せよ．
(6) ナッシュ均衡 $(\hat{y}^A, \hat{y}^B)$ を求めよ．また，$\hat{Y} = \hat{y}^A + \hat{y}^B$ と (2) の最適水準 Y^* を比較せよ．

経済にせり人を追加したリンダールメカニズムを考える．個人 A の負担率を τ，個人 B の負担率を $(1-\tau)$ とする．各個人の予算制約式はそれぞれ，

$$180 = x^A + 2\tau Y^A \tag{6}$$
$$120 = x^B + 2(1-\tau)Y^B \tag{7}$$

となる．ただし，Y^i は個人 $i = A, B$ が申告する公共財の水準を表している．

(7) 個人 A のリンダール反応関数 $Y^A = l^A(\tau)$ を求めよ．
(8) 個人 B のリンダール反応関数 $Y^B = l^B(1-\tau)$ を求めよ．
(9) ヨコ軸を公共財 Y，タテ軸を τ として，2 本のリンダール反応曲線を図示せよ．
(10) リンダール均衡 $(\bar{\tau}, \bar{Y})$ を求めよ．また，$\bar{Y}$ と (2) の最適水準 Y^* を比較せよ．

解答

(1) 個人 A の私的財で測った公共財の価値は,

$$MRS^A = \frac{u_Y^A}{u_x^A} = \frac{x^A}{Y} \tag{8}$$

(2) 限界費用が 2 なので，サミュエルソンルールは,

$$MRS^A + MRS^B = 2$$

(8) 式より,

$$\frac{x^A}{Y} + \frac{x^B}{Y} = 2 \quad \Rightarrow \quad x^A + x^B = 2Y \tag{9}$$

(2), (9) 式より，最適水準は，$Y^* = 75$.

(3) 個人 A の最適化問題は，次のように定式化される.

$$\max_{x^A,\, y^A} \; u^A = x^A(y^A + y^B) \quad \text{subject to} \quad 180 = x^A + 2y^A$$

1 階の条件は,

$$MRS^A = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^A}{y^A + y^B} = 2 \tag{10}$$

(3), (10) 式を用いて，x^A を消去する.

$$y^A = 45 - \frac{1}{2}y^B \tag{11}$$

(4) 個人 B の最適化問題は，次のように定式化される.

$$\max_{x^B,\, y^B} \; u^B = x^B(y^A + y^B) \quad \text{subject to} \quad 120 = x^B + 2y^B$$

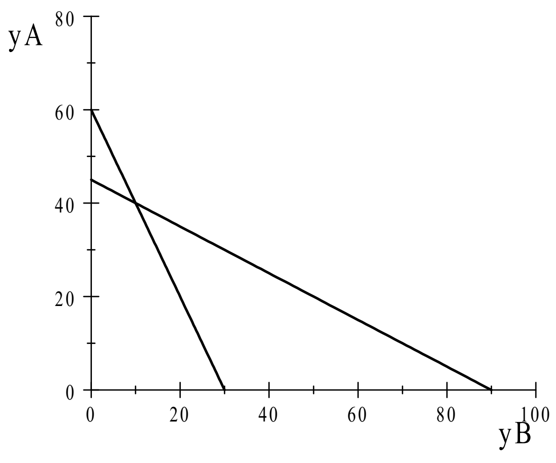
1 階の条件は,

$$MRS^B = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^B}{y^A + y^B} = 2 \tag{12}$$

(4), (12) 式を用いて，x^B を消去する.

$$y^B = 30 - \frac{1}{2}y^A \tag{13}$$

(5) (11), (13) 式を平面 (y^B, y^A) に図示する.



(6) ナッシュ均衡は，$(\hat{y}^A, \hat{y}^B) = (40, 10)$．公共財は $\hat{Y} = \hat{y}^A + \hat{y}^B = 50$．$Y^* = 75$ よりも少ない.

(7) 個人 A の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x^A,\,Y^A} u^A = x^A Y^A \quad \text{subject to} \quad 180 = x^A + 2\tau Y^A$$

1 階の条件は，

$$MRS^A = 2\tau \Rightarrow \frac{x^A}{Y^A} = 2\tau \tag{14}$$

(6), (14) 式より，

$$Y^A = \frac{45}{\tau} \tag{15}$$

(8) 個人 B の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x^B,\,Y^B} u^B = x^B Y^B \quad \text{subject to} \quad 120 = x^B + 2(1-\tau) Y^B$$

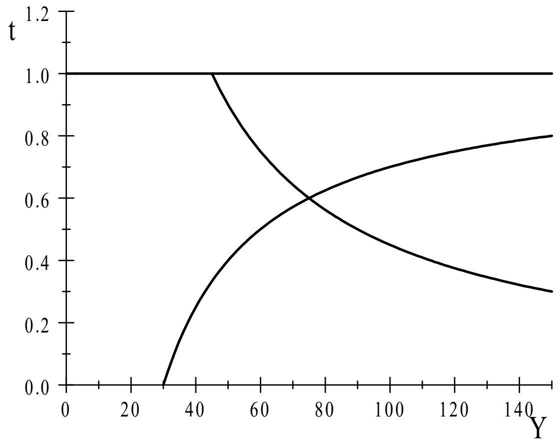
1 階の条件は，

$$MRS^B = 2(1-\tau) \quad \Rightarrow \quad \frac{x^B}{Y^B} = 2(1-\tau) \tag{16}$$

(7), (16) 式より，

$$Y^B = \frac{30}{1-\tau} \tag{17}$$

(9) (15), (17) 式を，平面 (Y, τ) 上に図示する．



(10) リンダール均衡は，$(\bar{\tau}, \bar{Y}) = (0.6, 75)$．$\bar{Y} = Y^* = 75$ が成り立つ．

花子「難しい！でも，先生の言いたいことは分かったような」

太郎「普通の連立方程式で良かった」
