「初級ミクロ経済学 II–3」（宮澤和俊） 2024/6/7

第 9 講　不完全競争 (3) 複占市場，シュタッケルベルク均衡（テキスト p.198–202）

花子「新しくできた果物屋さん，苦戦してるみたいね」
太郎「老舗の強みってのがあるのかなあ」

前回は，複占市場におけるクールノー均衡を導出した．クールノー均衡では，各企業が自分の戦略を同時に提示するような構造になっていた．しかし，一方の企業が相手の情報 (費用関数や反応関数) を知っている場合，その情報を利用するだろうから，クールノー均衡は現実的ではないかもしれない．情報優位にある企業を先導者 (leader) といい，もう一方を追随者 (follower) という．情報格差があるときの均衡を，シュタッケルベルク均衡という．

ゲームの手番と企業行動

手番 1：先導者である企業 1 が，相手の情報を利用して生産量 x_1 を決める．
手番 2：追随者である企業 2 が，相手の生産量を所与として生産量 x_2 を決める．

この問題を解くには，最初に企業 2 の問題を解き，次に企業 1 の問題を解く必要がある．手番と解く順番が逆になる点に注意する[1]．

例題

複占市場の逆需要関数を，$P = 220 - 2(x_1 + x_2)$ とする．P は価格，x_1 は企業 1 の生産量，x_2 は企業 2 の生産量である．企業 1 の費用関数を $C_1(x_1) = 20x_1$，企業 2 の費用関数を $C_2(x_2) = 60x_2$ とする．企業 1 を先導者，企業 2 を追随者とするシュタッケルベルク均衡での各企業の生産量，価格，利潤を求めよ．

解答

企業 2 の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x_2} \pi_2 = Px_2 - C_2(x_2) = [220 - 2(x_1 + x_2)]x_2 - 60x_2 = (160 - 2x_1 - 2x_2)x_2$$

これを解いて，企業 2 の反応関数が得られる．

$$x_2^* = 40 - \frac{1}{2}x_1 \tag{1}$$

企業 1 の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x_1} \pi_1 = Px_1 - C_1(x_1) = [220 - 2(x_1 + x_2^*)]x_1 - 20x_1$$

ただし，x_2^* は (1) 式で与えられる．

(1) 式を代入すると，

$$\pi_1 = (120 - x_1)x_1$$

となるので，各企業の生産量は，

$$\begin{cases} x_1^* = 60 \\ x_2^* = 10 \end{cases}$$

均衡価格は，$P^* = 220 - 2(x_1^* + x_2^*) = 80$．

利潤は，$\pi_1 = (P^* - 20)x_1^* = 3600$, $\pi_2 = (P^* - 60)x_2^* = 200$． ⋯（答）

---

[1] 後ろ向き帰納法 (backward induction）という．

図による理解

先導者の企業 1 の利潤は，

$$\pi_1 = [220 - 2(x_1 + x_2)]x_1 - 20x_1 = (200 - 2x_1 - 2x_2)x_1 \tag{2}$$

と表せる．(2) 式は，ある利潤 π_1 を達成できる生産量の組合せ (x_1, x_2) の軌跡を表す．等利潤曲線 (iso-profit curve) という．等利潤曲線には次の性質がある（図 6.6(1)，補論参照）．

(i) 上に凸
(ii) 右下にいくほど利潤が大きい．
(iii) 頂点の軌跡が，企業 1 の反応曲線.

シュタッケルベルク均衡（図 6.7）

企業 1 は，企業 2 の反応曲線 g_2 上の点の中から，自分の利潤が最大となる点を選択する．均衡は II．均衡では，反応曲線と等利潤線が接している．

先導者と追随者が逆転したとしよう．x_1 と x_2 が入れ替わった状況なので，企業 2 の等利潤線は，企業 1 の等利潤線を，45 度線に関して対称移動したような図になる（図 6.6(2)）．図 6.7 に戻り，シュタッケルベルク均衡を探す．今度は，企業 2 が，企業 1 の反応曲線 g_1 上の点の中から自分の利潤が最大となる点を選択する．均衡は III.

クールノー均衡は，反応曲線の交点 I である．3 つの均衡を比較する．企業 1 の利潤は，II が最も大きい（性質 (ii)）．次が I，III が最小．企業 2 の目線では，III, I, II の順．つまり，先導者になると利潤が増え，追随者になると利潤が減る．情報優位を目指しましょう．

問題

逆需要関数を $P = 300 - 2(x_1 + x_2)$ とし，費用関数を $C_1(x_1) = 40x_1$, $C_2(x_2) = 20x_2$ とする．

(1) 次のシュタッケルベルク均衡での各企業の生産量，価格，利潤を求めよ．

(i) 企業 1 が先導者，企業 2 が追随者のとき．
(ii) 企業 2 が先導者，企業 1 が追随者のとき．

(2) クールノー均衡での各企業の生産量，価格，利潤を求めよ．

(3) (1), (2) の 3 つの均衡を，消費者にとって望ましい順に順位づけせよ．

解答

(1) (i) 企業 2 の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x_2} \pi_2 = [300 - 2(x_1 + x_2)]x_2 - 20x_2 = (280 - 2x_1 - 2x_2)x_2$$

これを解くと，

$$x_2^* = 70 - \frac{1}{2}x_1 \tag{3}$$

企業 1 の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x_1} \pi_1 = [300 - 2(x_1 + x_2^*)]x_1 - 40x_1$$

ただし，x_2^* は，(3) 式で与えられる．

(3) 式を代入すると，

$$\pi_1 = (120 - x_1)x_1$$

となるので，各企業の生産量は，

$$\begin{cases} x_1^* = 60 \\ x_2^* = 40 \end{cases}$$

均衡価格は，$P^* = 300 - 2(x_1^* + x_2^*) = 100$.
利潤は，$\pi_1 = (P^* - 40)x_1^* = 3600$, $\pi_2 = (P^* - 20)x_2^* = 3200$. $\cdots$（答）

(ii) 企業 1 の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x_1} \quad \pi_1 = [300 - 2(x_1 + x_2)]x_1 - 40x_1 = (260 - 2x_1 - 2x_2)x_1$$

これを解くと，

$$x_1^* = 65 - \frac{1}{2}x_2 \tag{4}$$

企業 2 の最適化問題は，次のように定式化される．

$$\max_{x_2} \quad \pi_2 = [300 - 2(x_1^* + x_2)]x_2 - 20x_2$$

ただし，x_1^* は，(4) 式で与えられる．
(4) 式を代入すると，

$$\pi_2 = (150 - x_2)x_2$$

となるので，各企業の生産量は，

$$\begin{cases} x_1^* = \frac{55}{2} \\ x_2^* = 75 \end{cases}$$

均衡価格は，$P^* = 300 - 2(x_1^* + x_2^*) = 95$.
利潤は，$\pi_1 = (P^* - 40)x_1^* = 1512.5$, $\pi_2 = (P^* - 20)x_2^* = 5625$. $\cdots$（答）

(2) クールノー均衡は，(3), (4) 式より，

$$\begin{cases} x_1^* = 40 \\ x_2^* = 50 \end{cases}$$

均衡価格は，$P^* = 300 - 2(x_1^* + x_2^*) = 120$.
利潤は，$\pi_1 = (P^* - 40)x_1^* = 3200$, $\pi_2 = (P^* - 20)x_2^* = 5000$. $\cdots$（答）

(3) 3 つの均衡をまとめる．

	x_1	x_2	P	π_1	π_2
(1)(i) シュタッケルベルク均衡（企業 1 が先導者）	60	40	100	3600	3200
(1)(ii) シュタッケルベルク均衡（企業 2 が先導者）	27.5	75	95	1512.5	5625
(2) クールノー均衡	40	50	120	3200	5000

消費者にとっては，価格が低いほど良い．したがって，1 番は，企業 2 を先導者とするシュタッケルベルク均衡．次が，企業 1 を先導者とするシュタッケルベルク均衡．最後が，クールノー均衡．
$\cdots$（答）

花子「技術だけじゃダメなんだ．企業って大変」

補論

企業 1 の等利潤曲線 (2) 式を，平面 (x_1, x_2) 上に図示する．

x_2 について解く．

$$x_2 = 100 - x_1 - \frac{\pi_1}{2x_1} \tag{5}$$

(5) 式の右辺を $f(x_1)$ とおき，x_1 で微分する．

$$f'(x_1) = -1 + \frac{\pi_1}{2x_1^2}$$

増減表は次の通り．したがって，等利潤曲線は上に凸である（性質 (i)）．

x_1	0		$\sqrt{\frac{\pi_1}{2}}$	
$f'(x_1)$		$+$	0	$-$
$f(x_1)$		$\nearrow$	極大	$\searrow$

頂点の座標は，

$$(x_1, x_2) = \left(\sqrt{\frac{\pi_1}{2}}, 100 - 2\sqrt{\frac{\pi_1}{2}}\right)$$

したがって，π_1 が大きいほど頂点は右下にある（性質 (ii)）．

π_1 を消去すると，頂点の軌跡が求められる．

$$x_2 = 100 - 2x_1 \Rightarrow x_1 = 50 - \frac{1}{2}x_1$$

これは，前回求めた企業 1 の反応関数の式（性質 (iii)）．

性質 (iii) の解釈

$x_2 = \bar{x}_2$（一定）とする．直線 $x_2 = \bar{x}_2$ 上のすべての点の中で，企業 1 の利潤が最大となる点が 1 つだけ存在する．どこか？性質 (i), (ii) より，等利潤曲線との接点，すなわち頂点である．$\bar{x}_2$ のときの最適生産量なので，頂点は反応曲線上にある．

これはすべての $\bar{x}_2$ について成立する．したがって，頂点の軌跡は反応曲線に一致する．